

Avertissement :

Cette traduction a été obtenue à partir des outils numériques en ligne suivants :

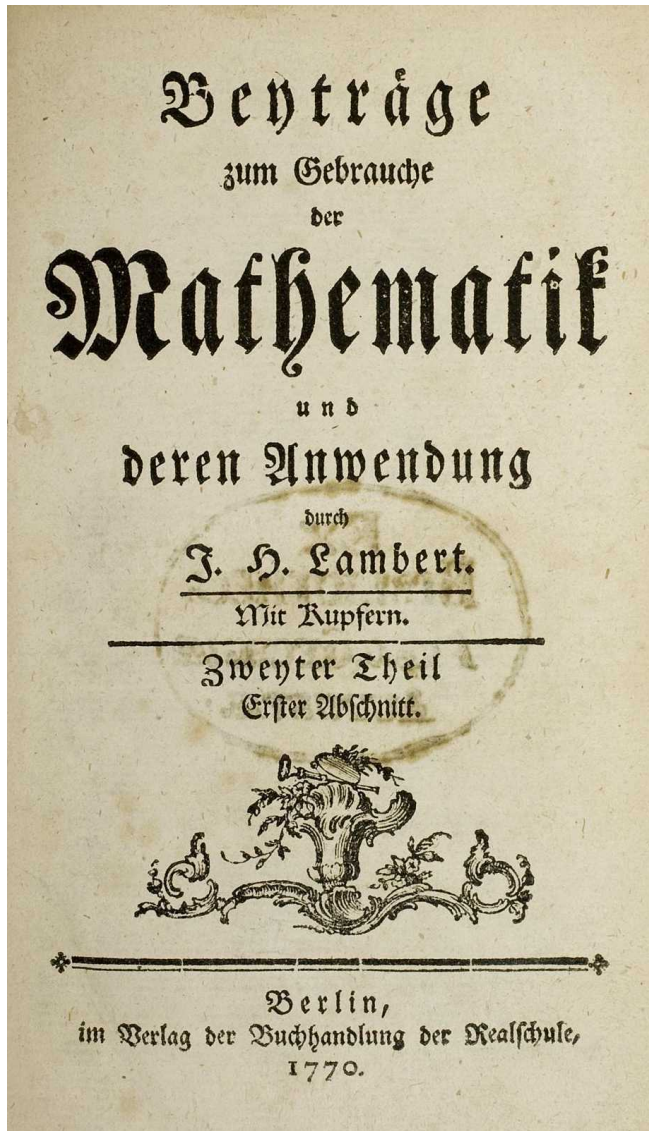
- Online OCRconverter (<https://onlineocrconverter.com/free-ocr-in-german-fraktur>) pour la reconnaissance automatique des caractères Fraktur dont les glyphes sont parfois assez différents de ceux des caractères modernes,
- Deepl (<https://www.deepl.com/fr/translator/de/fr/>) pour la traduction automatique en français.

À chaque étape, les résultats ont été vérifiés et corrigés manuellement :

- après la reconnaissance de caractères, une relecture complète a été effectuée en comparaison avec le texte initial afin d'obtenir le texte informatif à soumettre au traducteur,
- après la traduction automatique : une relecture attentive a été nécessaire pour comprendre ce que J.-H. Lambert a présenté et pour obtenir un texte cohérent au point de vue technique. Cette étape n'a pas été simple car le vocabulaire utilisé est ancien, la démarche explicative n'est pas toujours évidente, et enfin il y a quelques coquilles dans le texte initial sans compter celles qui ont été rajoutées à l'étape précédente.

Dans tous les cas, il reste assurément un certain nombre d'erreurs ou de coquilles et, pour que chacun puisse les retrouver, il a été choisi de présenter cette traduction en juxtaposant les trois versions du texte : la numérisation d'origine (c'est pourquoi le fichier est assez volumineux : 17 Mo), le résultat de la reconnaissance de caractères, et la traduction en français.

Pour certaines expressions anciennes, la liberté a été prise de moderniser le vocabulaire dans la traduction. Quand cela n'a pas été fait, les expressions concernées ont été rassemblées dans un glossaire placé à la fin du texte. Enfin, quand le texte ne paraissait pas évident, un complément explicatif a été rajouté entre crochets.



Beyträge
zum Gebrauche
der
Mathematik
und
deren Anwendung.
durch
J. H. Lambert
Zweyter Theil

Berlin
1770

Contributions
à l'usage
des
mathématiques
et
à leur application
de
J. H. Lambert
Deuxième partie

Berlin
1770

Credit de numérisation : SUB, Göttinger Digitalisierungszentrum

<https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN59041416X>

<https://gdz.sub.uni-goettingen.de/id/PPN590414402>

Traduction : Yvon Massé

Anmerkungen und Zusätze
zur Gnomonic.

§. 1.

Tab. III.
IV. V.

Man wird nicht leicht eine Wissenschaft finden, die in so viele verschiedene Formen gebracht, und auf so unzählig mannigfaltige Art angewandt worden, als die Gnomonic. Man kann anstehen, ob es möglich sey, eine Art von Sonnen - Uhren zu erdencken, die nicht schon irgend beschrieben und angebracht worden wäre. Selbst auch die Methode, jede Sonnenuhr zu zeichnen, und die dazu dienlichen Instrumente und Tabellen sind eben so häufig als mannigfaltig. Es scheint daher daß, was man noch etwann darüber erfinden kann, schlechthin nur eine Nachlese ist, und daß man alle über die Gnomonic herausgekommene Schriften müsse durchgangen haben, wenn man sich berechtigt achten will, es eine Nachlese zu nennen.

§. 2.

Betrachtungen von dieser Art, bothen sich mir bey dem Entschlusse an, hier einige Anmerkungen über die Gnomonic zu liefern. Ich habe lange nicht alle Schriften über diese Wissen-

X. Anmerkungen und Zusätze
zur Gnomonic.

§. 1.

Man wird nicht leicht eine Wissenschaft finden, die in so viele verschiedene Formen gebracht, und auf so unzählig mannigfaltige Art angewandt worden, als die Gnomonic. Man kann anstehen, ob es möglich sey, eine Art von Sonnen-Uhren zu erdencken, die nicht schon irgend beschrieben und angebracht worden wäre. Selbst auch die Methode, jede Sonnenuhr zu zeichnen, und die dazu dienlichen Instrumente und Tabellen sind eben so häufig als mannigfaltig. Es scheint daher daß, was man noch etwann darüber erfinden kann, schlechthin nur eine Nachlese ist, und daß man alle über die Gnomonic herausgekommene Schriften müsse durchgangen haben, wenn man sich berechtigt achten will, es eine Nachlese zu nennen.

§. 2.

Betrachtungen von dieser Art, bothen sich mir bey dem Entschlusse an, hier einige Anmerkungen über die Gnomonic zu liefern. Ich habe lange nicht alle Schriften über diese

X. Notes et ajouts à la
gnomonique.

§. 1.

On ne trouvera pas facilement une science qui ait été mise sous tant de formes différentes, et appliquée de tant de manières que la gnomonique. On peut se demander s'il est possible de concevoir un type de cadran solaire qui n'ait pas déjà été décrit et appliqué. Même la méthode pour dessiner chaque cadran solaire, ainsi que les instruments et les tables qui s'y rapportent, sont aussi fréquents que variés. Il semble donc que ce que l'on peut encore inventer à ce sujet n'est qu'un supplément, et qu'il faut avoir parcouru tous les écrits qui ont paru sur la gnomonique si l'on veut se croire autorisé à l'appeler un supplément.

§. 2.

Des considérations de ce genre se sont présentées à moi lorsque j'ai décidé de faire ici quelques remarques sur la gnomonique. Je suis loin d'avoir lu tous les écrits sur cette science, et je dois donc

Wissenschaft gelesen, und in soferne muß ich unentschieden lassen, ob, was ich hier vortragen werde, durchaus neu sey oder nicht. Ich kann aber darauf zählen, daß sich viele meiner Leser in eben dem Fall befinden, und daß es folglich denseben so gut neu seyn werde, als es mir ware, da ich darauf verfiel. Verschiedenes davon wird dienen zu zeigen, daß öfters die ersten Erfinder zufrieden sind, wenn sie etwas finden.

I. Anmerkungen über die Azimuthaluhren.

§. 3.

Die Azimuthaluhren sind vielleicht zuerst erfunden, und zuletzt berichtigt worden. Ich will sagen, der erste, der sich in Sinn kommen liesse, die Zeit nach dem Schatten der Sonne zu messen, steckte etwan einen Stab gerade aufgerichtet in die Erde, beschrieb einen Circul darum, und theilte denselben, so gut er es verstunde, in Stunden, und vermuthlich machte er jede Stunde gleich groß. Von diesem ersten Anfange an, bis zu der Bemerkung, daß man die Stunden ungleich machen, und sie entweder von Tag zu Tag ändern, oder dem Zeiger eine schiefe mit der Weltaxe parallele Lage geben müsse, war noch sehr weit, und es musten vorerst die Gründe der sphärischen Astronomie erfunden werden, welche sodann

zeig-

Wissenschaft gelesen, und in soferne muß ich unentschieden lassen, ob, was ich hier vortragen werde, durchaus neu sey oder nicht. Ich kann aber darauf zählen, daß sich viele meiner Leser in eben dem Fall befinden, und daß es folglich denseben so gut neu seyn werde, als es mir ware, da ich darauf verfiel. Verschiedenes davon wird dienen zu zeigen, daß öfters die ersten Erfinder zufrieden sind, wenn sie etwas finden.

I. Anmerkungen über die Azimuthaluhren.

§. 3.

Die Azimuthaluhren sind vielleicht zuerst erfunden, und zuletzt berichtigt worden. Ich will sagen, der erste, der sich in Sinn kommen liesse, die Zeit nach dem Schatten der Sonne zu messen, steckte etwan einen Stab gerade aufgerichtet in die Erde, beschrieb einen Circul darum, und theilte denselben, so gut er es verstunde, in Stunden, und vermuthlich machte er jede Stunde gleich groß. Von diesem ersten Anfange an, bis zu der Bemerkung, daß man die Stunden ungleich machen, und sie entweder von Tag zu Tag ändern, oder dem Zeiger eine schiefe mit der Weltaxe parallele Lage geben müsse, war noch sehr weit, und es musten vorerst die Gründe der sphärischen Astronomie erfunden werden, welche sodann

rester sur l'incertitude de savoir si ce que je vais exposer ici est absolument nouveau ou non. Mais je peux compter sur le fait que beaucoup de mes lecteurs se trouvent dans le même cas, et que, par conséquent, cela sera aussi nouveau pour eux que cela l'aurait été pour moi si je l'ai cru à tort. Diverses choses de ce genre serviront à montrer que les premiers inventeurs sont souvent satisfaits de ce qu'ils trouvent.

I. Notes sur les cadrans azimutaux.

§. 3.

Les cadrans azimutaux sont peut-être les premiers à avoir été inventés, et les derniers à être corrigés. Je veux dire que le premier qui eut l'idée de mesurer le temps d'après l'ombre du Soleil, planta dans la terre un bâton bien droit, décrivit autour de lui un cercle, et le divisa en heures ainsi qu'il put le comprendre, et il rendit probablement chaque division égale. Depuis cette première tentative jusqu'à la remarque qu'il fallait rendre les divisions inégales, et les changer de jour en jour, ou donner au style une position oblique parallèle à l'axe du monde, il y avait encore beaucoup de chemin à faire, et il fallait d'abord trouver les bases de l'astronomie sphérique qui montraient ensuite qu'il ne fallait pas commencer par les

316 X. Anmerkungen und Zusätze

zeigten, daß man nicht bey Azimuthaluhren, sondern bey Aequinoctialuhren den Anfang machen müsse.

§. 4.

Indessen muß man doch sagen, daß der erste Einfall, die Zeit nach dem Schatten eines aufrechtstehenden Stabes zu messen, auf die genaueste Sonnenuhr führte, weil in der That die Azimuthaluhren allein von den Anomalien der Refraction frey sind. Da sich aber die Stundenwinkel davon beständig ändern, so haben sie die Unbequemlichkeit, daß man entweder einen Calender dabey anbringen, oder den Zeiger beweglich machen muß, und auch in dem letztern Fall wird der Calender dabey nothwendig. Man hat daher diesen vorgezogen, und die Azimuthaluhr dergestalt zeichnen gelehrt, daß die Stunden in der Ellipse ADBE herum liegen, der Zeiger aber auf der Linie Gg, als der kürzern Axe der Ellipse, hin und her geschoben wird. Die Methode, sowohl die Ellipse als den Calender in Gg zu zeichnen, findet sich in mehreren gnomonischen Schriften. Sie wird aber darin nur als eine Azimuthalsonnenuhr beschrieben, und weder durch die Eigenschaften der Ellipse kenntlicher, noch durch andere dabey mit vorkommende Umstände, brauchbarer gemacht. Hierin besteht nun meine Nachlese, und die Zeichnung der Uhr wird sich folgender massen angeben lassen:

§. 5.

zeigten, daß man nicht bey Azimuthaluhren, sondern bey Aequinoctialuhren den Anfang machen müsse.

§. 4.

Indessen muß man doch sagen, daß der erste Einfall, die Zeit nach dem Schatten eines aufrechtstehenden Stabes zu messen, auf die genaueste Sonnenuhr führte, weil in der That die Azimuthaluhren allein von den Anomalien der Refraction frey sind. Da sich aber die Stundenwinkel davon beständig ändern, so haben sie die Unbequemlichkeit, daß man entweder einen Calender dabey anbringen, oder den Zeiger beweglich machen muß, und auch in dem letztern Fall wird der Calender dabey nothwendig. Man hat daher diesen vorgezogen, und die Azimuthaluhr dergestalt zeichnen gelehrt, daß die Stunden in der Ellipse ADBE herum liegen, der Zeiger aber auf der Linie Gg, als der kürzern Axe der Ellipse, hin und her geschoben wird. Die Methode, sowohl die Ellipse als den Calender in Gg zu zeichnen, findet sich in mehreren gnomonischen Schriften. Sie wird aber darin nur als eine Azimuthal sonnenuhr beschrieben, und weder durch die Eigenschaften der Ellipse kenntlicher, noch durch andere dabey mit vorkommende Umstände, brauchbarer gemacht. Hierin besteht nun meine Nachlese, und die Zeichnung der Uhr wird sich folgender massen angeben lassen :

cadrans azimutaux, mais par les cadrans équinoxiaux.

§. 4.

Il faut cependant dire que la première idée de mesurer l'heure d'après l'ombre d'un bâton dressé a conduit au cadran solaire le plus exact, parce que les cadrans azimutaux sont, en effet, les seuls exempts des anomalies de la réfraction. Mais comme les angles horaires varient constamment, ces cadrans ont l'inconvénient de devoir être munis d'un calendrier ou d'avoir à déplacer le style, et même dans ce cas le calendrier est nécessaire. On a préféré cette dernière solution, et on a appris à dessiner le cadran azimutal de telle sorte que les heures soient situées sur l'ellipse ADBE, et que le style soit déplacé en va-et-vient sur la ligne Gg, qui est l'axe le plus court de l'ellipse. La méthode consistant à tracer l'ellipse et le calendrier en Gg se retrouve dans plusieurs écrits gnomoniques. Mais elle n'y est décrite que pour la réalisation d'un cadran solaire d'azimut, et n'est rendue ni plus spécifique par les propriétés de l'ellipse, ni plus utile par d'autres circonstances qui s'y trouvent. C'est en cela que consiste ma relecture, et le tracer du cadran peut être effectué de la manière suivante :

§. 5

Machet den Winkel DFC so groß als die Polhöhe des Ortes, für welchen die Uhr dienen solle, und nachdem ihr D F willkürlich angenommen, so ziehet D C aus D auf F C senkrecht. Traget D F aus C in A und B, und machet C E = C D, so ist A B die grössere, D E die kleinere Axe, und F der Brennpunct der Ellipse ADBE. Traget C F in C f, so ist f der andere Brennpunct. Machet ferner jeden Winkel G f C der Declination der Sonne gleich, so wird sich auf G g der Thierkreis oder der Calender zeichnen lassen. Endlich machet jeden Winkel D C K dem Stundenwinkel, und C K der halben Axe C B gleich, und fällt aus K die Perpendicular KP auf A B, so wird H der Punct seyn, wo die Stunde muß hingeschrieben werden. Und wenn die Declination der Sonne = G f C ist, so ist D G H das Azimuth der Sonne zu der Stunde H. D E ist die Mittagslinie, D liegt gegen Mitternacht, und der Zeiger wird in G aufgerichtet. Ferner ist für eben den Tag jede Linie G H allemale dem Cosinus der Sonnenhöhe gleich, und wird aus G die Normallinie G L auf die Ellipse gezogen, so zeigt sie die Stunde des Aufganges der Sonne, so wie die andere Normallinie G I die Stunde des Niederganges bezeichnet, und zugleich der Halbmesser des Circuls ist, auf welchem G H den Cosinus der Sonnenhöhe giebt. Auf eben diesem Circul

§. 5.

Machet den Winkel DFC so groß als die Polhöhe des Ortes, für welchen die Uhr dienen solle, und nachdem ihr D F willkürlich angenommen, so ziehet D C aus D auf F C senkrecht. Traget D F aus C in A und B, und machet C E = C D, so ist A B die grössere, D E die kleinere Axe, und F der Brennpunct der Ellipse ADBE. Traget C F in C f, so ist f der andere Brennpunct. Machet ferner jeden Winkel G f C der Declination der Sonne gleich, so wird sich auf G g der Thierkreis oder der Calender zeichnen lassen. Endlich machet jeden Winkel D C K dem Stundenwinkel, und C K der halben Axe C B gleich, und fällt aus K die Perpendicular KP auf A B, so wird H der Punct seyn, wo die Stunde muß hingeschrieben werden. Und wenn die Declination der Sonne = G f C ist, so ist D G H das Azimuth der Sonne zu der Stunde H. D E ist die Mittagslinie, D liegt gegen Mitternacht, und der Zeiger wird in G aufgerichtet. Ferner ist für eben den Tag jede Linie G H allemale dem Cosinus der Sonnenhöhe gleich, und wird aus G die Normallinie G L auf die Ellipse gezogen, so zeigt sie die Stunde des Aufganges der Sonne, so wie die andere Normallinie G I die Stunde des Niederganges bezeichnet, und zugleich der Halbmesser des Circuls ist, auf welchem G H den Cosinus der Sonnenhöhe giebt. Auf eben diesem Circul

§. 5.

Faites l'angle DFC aussi grand que la hauteur du pôle pour le lieu où le cadran doit servir, et après avoir pris D F arbitrairement, tirez D C de D perpendiculairement à F C. Si vous portez D F de C en A et B, et que vous fassiez C E = C D, alors A B est le plus grand axe, D E le plus petit, et F le point focal de l'ellipse ADBE. Portez C F en C f, et f est l'autre point focal. En outre, si vous rendez chaque angle G f C égal à la déclinaison du Soleil, vous pourrez dessiner sur G g le zodiaque ou le calendrier. Enfin, en rendant chaque angle D C K égal à l'angle horaire et C K au demi-axe C B, et en tirant de K la perpendiculaire K P sur A B, H sera le point horaire correspondant. Et si la déclinaison du Soleil est = G f C, alors D G H est l'azimut du Soleil à l'heure H. D E est la ligne méridienne, D se situe vers le nord, et le style est placé en G. De plus, pour ce même jour, chaque ligne G H est pour toute heure égale au cosinus de la hauteur du Soleil, et si l'on tire de G la ligne normale G L sur l'ellipse, elle indique l'heure de lever du Soleil, de même que l'autre ligne normale G I indique l'heure du coucher, et est en même temps le rayon pour lequel G H donne le cosinus de la hauteur du

318 X. Anmerkungen und Zusätze

cul ist CK der Cosinus der Declination der Sonne.

§. 6.

Der Beweis von allen diesen Sätzen wird nicht schwer, wenn man sich die ganze Figur als eine orthographische Projection der Sphäre vorstellt. Man fälle nemlich aus jeden Puncten des Parallelkreises der Sonne, Perpendicularen auf die Fläche des Horizontes, so bezeichnen diese die Ellipse ADBE. Der Diameter AB behält seine Länge, welche den doppelten Cosinus der Declination gleich ist. Hingegen wird DE in Verhältniß des Halbmessers zum Sinus der Polhöhe verkürzt. Und dieses ist der Grund, warum der der Polhöhe gleich gemachte Winkel DFC in den Brennpunct F trifft. Denn FD ist in der Ellipse allemal = AC = CB, und so wird hier $CB : CD = FD : CD = 1 : \sin. \text{ eleu. poli.}$ Fällt man ferner aus dem Scheitelpunct der Sphäre eine Perpendicularlinie auf den Horizont, so trifft diese in G. Hingegen ist C die Projection desjenigen Punctes der Weltaxe, welcher in der Fläche des Parallelkreises der Sonne liegt, und von dem Mittelpunct der Sphäre um den Sinus der Declination entfernt ist. Da dieser Mittelpunct in G fällt, so ist GC die Projection von diesem Sinus der Declination, und wegen der schiefen Lage der Weltaxe im Verhältniß des Halbmessers zum Cosinus der Polhöhe

ist CK der Cosinus der Declination der Sonne.

§. 6.

Der Beweis von allen diesen Sätzen wird nicht schwer, wenn man sich die ganze Figur als eine orthographische Projection der Sphäre vorstellt. Man fälle nemlich aus jeden Puncten des Parallelkreises der Sonne, Perpendicularen auf die Fläche des Horizontes, so bezeichnen diese die Ellipse ADBE. Der Diameter AB behält seine Länge, welche den doppelten Cosinus der Declination gleich ist. Hingegen wird DE in Verhältniß des Halbmessers zum Sinus der Polhöhe verkürzt. Und dieses ist der Grund, warum der der Polhöhe gleich gemachte Winkel DFC in den Brennpunct F trifft. Denn FD ist in der Ellipse allemal = AC = CB, und so wird hier $CB : CD = FD : CD = 1 : \sin. \text{ eleu. poli.}$ Fällt man ferner aus dem Scheitelpunct der Sphäre eine Perpendicularinie auf den Horizont, so trifft diese in G. Hingegen ist C die Projection desjenigen Punctes der Weltaxe, welcher in der Fläche des Parallelkreises der Sonne liegt, und von dem Mittelpunct der Sphäre um den Sinus der Declination entfernt ist. Da dieser Mittelpunct in G fällt, so ist GC die Projection von diesem Sinus der Declination, und wegen der schiefen Lage der Weltaxe im Verhältniß des Halbmessers zum Cosinus der

Soleil. Pour ce même rayon, CK est le cosinus de la déclinaison du Soleil.

§. 6.

La preuve de toutes ces relations n'est pas difficile à faire si l'on se représente toute la figure comme une projection orthographique de la sphère. En effet, si l'on applique des perpendiculaires à chaque point du parallèle du Soleil sur la surface de l'horizon, on obtient l'ellipse ADBE. Le diamètre AB conserve sa longueur, qui est égale au double du cosinus de la déclinaison. Par contre, DE est raccourci en proportion du rayon au sinus de la hauteur du pôle. Et c'est la raison pour laquelle l'angle DFC, égal à la hauteur du pôle, se retrouve dans le point focal F. Car FD dans l'ellipse est toujours = AC = CB, et donc ici $CB : CD = FD : CD = 1 : \sin h_{\text{pôle}}$. En outre, si on fait tomber une ligne perpendiculaire du sommet de la sphère sur l'horizon, elle se trouve en G. Par contre, C est la projection du point de l'axe du monde qui se trouve dans la surface du parallèle du Soleil et qui est éloigné du point central de la sphère du sinus de la déclinaison. Comme ce point central tombe dans G, GC est la projection de ce sinus de déclinaison, et, à cause de la position oblique de l'axe du monde, elle est raccourcie dans la proportion du rayon au cosinus de la

Polhöhe verkürzt. GH ist für jede Stunde die Projection des Sinus des Abstandes der Sonne vom Scheitelpunct, und folglich des Cosinus der Sonnenhöhe. Diese Linie hat in der Lage GL, Gl ihre beyden Maxima; und L, l sind die Projection der Puncte, wo der Parallelkreis der Sonne den Horizont durchschneidet. Nimmt man demnach $GL = 1$ an, so ist CB der Cosinus der Declination, $CF = Cf$ im Verhältniß des Cosinus der Polhöhe kleiner, und CG in Verhältniß der Tangente der Declination kleiner als CF, folglich in zusammengesetzter Verhältniß der Tangente und des Cosinus der Declination und des Cosinus der Polhöhe kleiner als $CL = 1$, demnach in Verhältniß des Sinus der Declination und des Cosinus der Polhöhe. Hieraus ergibt sich, warum der Calender in G g aus dem Brennpunct f kann verzeichnet werden. Endlich ist CP allemal die Projection des Sinus des Stunden-Bogens, welcher, wenn $CK = CB$ als Halbmesser angenommen wird, dem Winkel DCK gleich wird.

§. 7.

Die erst angegebene Verzeichnung der Azimuthaluhren hat für diejenigen, welche die Ellipsen aus der höhern Geometrie kennen, etwas geschmeidiges, wodurch sie faßlicher wird. Der Gebrauch des Brennpuncts wird dadurch merkwürdig, daß er sowohl die Polhöhe DFC als

Polhöhe verkürzt. GH ist für jede Stunde die Projection des Sinus des Abstandes der Sonne vom Scheitelpunct, und folglich des Cosinus der Sonnenhöhe. Diese Linie hat in der Lage GL, Gl ihre beyden Maxima; und L, l sind die Projection der Puncte, wo der Parallelkreis der Sonne den Horizont durchschneidet. Nimmt man demnach $GL = 1$ an, so ist CB der Cosinus der Declination, $CF = Cf$ im Verhältniß des Cosinus der Polhöhe kleiner, und CG in Verhältniß der Tangente der Declination kleiner als CF, folglich in zusammengesetzter Verhältniß der Tangente und des Cosinus der Declination und des Cosinus der Polhöhe kleiner als $CL = 1$, demnach in Verhältniß des Sinus der Declination und des Cosinus der Polhöhe. Hieraus ergibt sich, warum der Calender in G g aus dem Brennpunct f kann verzeichnet werden. Endlich ist CP allemal die Projection des Sinus des Stunden-Bogens, welcher, wenn $CK = CB$ als Halbmesser angenommen wird, dem Winkel DCK gleich wird.

§. 7.

Die erst angegebene Verzeichnung der Azimuthaluhren hat für diejenigen, welche die Ellipsen aus der höhern Geometrie kennen, etwas geschmeidiges, wodurch sie faßlicher wird. Der Gebrauch des Brennpuncts wird dadurch merkwürdig, daß er sowohl die Polhöhe DFC

hauteur du pôle. GH est pour chaque heure la projection du sinus de la distance du Soleil au sommet, et par conséquent du cosinus de la hauteur du Soleil. Ce segment a ses deux maxima dans les positions GL et Gl; et L, l sont les projections des points où le parallèle du Soleil coupe l'horizon. Si l'on suppose donc que $GL = 1$, alors CB est le cosinus de la déclinaison, $CF = Cf$ est plus petit dans le rapport du cosinus de la hauteur du pôle, et CG est plus petit que CF dans le rapport de la tangente de la déclinaison, par conséquent plus petit que $CL = 1$ dans le rapport combiné de la tangente et du cosinus de la déclinaison et du cosinus de la hauteur du pôle, ou encore dans le rapport du sinus de la déclinaison et du cosinus de la hauteur du pôle. Il s'ensuit que le calendrier en Gg peut être tracé à partir du point focal f. Enfin, CP est toujours la projection du sinus de l'angle horaire qui, lorsque $CK = CB$ est pris comme rayon, devient égal à l'angle DCK.

§. 7.

Le tracé des cadrans d'azimut que nous venons d'indiquer a quelque chose de souple pour ceux qui connaissent les ellipses de la géométrie supérieure, ce qui le rend plus compréhensible. L'utilisation du point focal est remarquable en ce qu'il aide à déterminer aussi bien la hauteur du

320 X. Anmerkungen und Zusätze

als die Declination der Sonne GfC, und damit den auf Gg gezeichneten Calendar bestimmen hilft. Es ist ferner merkwürdig, daß die aus jedem Punct G auf die Ellipse gezogene Normallinien GL, Gl die Stunde des Auf- und Unterganges der Sonne angeben. Es ist unnöthig hier mit anzumerken, daß die Puncte L, F, G, f, l sämtlich in dem Umkreise eines Circuls liegen, weil dieses aus dem, daß GL, Gl Normallinien sind, für sich folgt. Da man aber, um diesen Circul zu ziehen, nur drey Puncte nöthig hat, so kann man die Puncte L, l bestimmen, wenn man den Circul durch f, G, F zieht; und hinwiederum wird G bestimmt, wenn der Circul durch L, F, G gezogen wird. Im ersten Fall findet man aus der Declination die Länge des Tages LADBl, im andern aus der Länge des Tages die Declination. Endlich ist hiebey merkwürdig, daß diese Azimuthaluhr, vermittelst der Linie GH, nicht nur die Stunde H, und ihr Azimuth DGH angiebt, sondern ihre Länge selbst den Cosinus der Sonnenhöhe vorstellt, wenn GL zum Halbmesser angenommen wird.

§. 8.

Es kömmt aber bey dieser Azimuthaluhre noch ein anderer Umstand vor, welcher unerwarteter ist. Man darf nemlich nur setzen, daß AC die Mittagslinie sey, und über denselben einen Zeiger aus C aufrichten, welcher mit derselben

als die Declination der Sonne GfC, und damit den auf Gg gezeichneten Calendar bestimmen hilft. Es ist ferner merkwürdig, daß die aus jedem Punct G auf die Ellipse gezogene Normallinien GL, Gl die Stunde des Auf- und Unterganges der Sonne angeben. Es ist unnöthig hier mit anzumerken, daß die Puncte L, F, G, f, l sämtlich in dem Umkreise eines Circuls liegen, weil dieses aus dem, daß GL, Gl Normallinien sind, für sich folgt. Da man aber, um diesen Circul zu ziehen, nur drey Puncte nöthig hat, so kann man die Puncte L, l bestimmen, wenn man den Circul durch f, G, F zieht; und hinwiederum wird G bestimmt, wenn der Circul durch L, F, f gezogen wird. Im ersten Fall findet man aus der Declination die Länge des Tages LADBl, im andern aus der Länge des Tages die Declination. Endlich ist hiebey merkwürdig, daß Diese Azimuthaluhr, vermittelst der Linie GH, nicht nur die Stunde H, und ihr Azimuth DGH angiebt, sondern ihre Länge selbst den Cosinus der Sonnenhöhe vorstellt, wenn GL zum Halbmesser angenommen wird.

§. 8.

Es kömmt aber bey dieser Azimuthaluhr noch ein anderer Umstand vor, welcher unerwarteter ist. Man darf nemlich nur setzen, daß AC die Mittagslinie sey, und über derselben einen Zeiger aus C aufrichten, welcher mit

pôle DFC que la déclinaison du Soleil GfC, et donc le calendrier dessiné sur Gg. Il est en outre curieux que les lignes normales GL, Gl tracées sur l'ellipse à partir de chaque point G indiquent l'heure de lever et de coucher du Soleil. Il est inutile de préciser ici que les points L, F, G, f et l se trouvent tous sur la circonférence d'un cercle, car cela découle du fait que GL, Gl sont des lignes normales. Mais comme on n'a besoin que de trois points pour tracer ce cercle, on peut déterminer les points L, l quand on trace le cercle par f, G et F; et à nouveau G est déterminé quand le cercle est tracé par L, F et f. Dans le premier cas, on trouve la longueur du jour LADBl à partir de la déclinaison, dans l'autre, on trouve la déclinaison à partir de la longueur du jour. Enfin, il est curieux que ce cadran azimutal, au moyen de la ligne GH, n'indique pas seulement l'heure H, et son azimut DGH, mais que sa longueur même représente le cosinus de la hauteur du Soleil, si GL est pris comme rayon.

§. 8.

Mais il y a encore une autre circonstance, plus inattendue, qui se produit avec ce cadran d'azimut. En effet, si l'on considère que AC est la méridienne et que l'on place au-dessus de celle-ci

derselben einen Winkel mache, der der Polhöhe DFC gleich sey, so wird, wenn man in A 12 Uhr schreibt, und so die Stunden ändert, die Uhr eine Horizontaluhr für eben die Polhöhe seyn, für welche sie vorhin eine Azimuthaluhr war. Denn bey den Horizontaluhren sind die Tangenten der Stundenwinkel in der Verhältniß des Halbmessers zum Sinus der Polhöhe kleiner als die Tangenten der Stundenbögen. Es sey demnach jeder Stundenbogen = KCB, seine Tangente = KP, wenn man nemlich CP als einen Halbmesser ansieht. Da nun PH in der Verhältniß von FD zu CD, oder des Halbmessers zum Sinus der Polhöhe kleiner ist als PK, so ist PH die Tangente des Stundenwinkels der Horizontaluhr, und folglich HCB der Stundenwinkel selbst.

§. 9.

Ungeachtet aber die Ellipse ADBE eben so wohl zu einer Azimuthaluhr als zu einer Horizontaluhr gebraucht werden kann; so macht dennoch die verschiedene Lage der Mittagslinie, als welche im ersten Fall die kürzere, im andern Fall aber die längere Axe ist, daß man sie nicht zugleich zu beyden Absichten gebrauchen kann, wenn man sich des Schattens beyder Zeiger bedienen will. Will man aber an dem Zeiger der Azimuthaluhr, welcher auf der Linie G g senkrecht steht, einen gleichfalls aufrechtstehenden Spiegel befestigen, so, daß derselbe mit beyden

derselben einen Winkel mache, der der Polhöhe DFC gleich sey, so wird, wenn man in A 12 Uhr schreibt, und so die Stunden ändert, die Uhr eine Horizontaluhr für eben die Polhöhe seyn, für welche sie vorhin eine Azimuthaluhr war. Denn bey den Horizontaluhren sind die Tangenten der Stundenwinkel in der Verhältniß des Halbmessers zum Sinus der Polhöhe kleiner als die Tangenten der Stundenbögen. Es sey demnach jeder Stundenbogen = KCB, seine Tangente = KP, wenn man nemlich CP als einen Halbmesser ansieht. Da nun PH in der Verhältniß von FD zu CD, oder des Halbmessers zum Sinus der Polhöhe kleiner ist als PK, so ist PH die Tangente des Stundenwinkels der Horizontaluhr, und folglich HCB der Stundenwinkel selbst.

§. 9.

Ungeachtet aber die Ellipse ADBE eben so wohl zu einer Azimuthaluhr als zu einer Horizontaluhr gebraucht werden kann; so macht dennoch die verschiedene Lage der Mittagslinie, als welche im ersten Fall die kürzere, im andern Fall aber die längere Axe ist, daß man sie nicht zugleich zu beyden Absichten gebrauchen kann, wenn man sich des Schattens beyder Zeiger bedienen will. Will man aber an dem Zeiger der Azimuthaluhr, welcher auf der Linie G g senkrecht steht, einen gleichfalls aufrechtstehenden Spiegel befestigen, so, daß derselbe mit beyden

un style en C qui fait avec elle un angle égal à la hauteur du pôle DFC, si l'on inscrit 12 heures en A et que l'on change ainsi les heures, le cadran sera un cadran horizontal pour la même hauteur du pôle où il était auparavant un cadran azimutal. En effet, dans les cadrans horizontaux, les tangentes des angles tabulaires sont plus petites que les tangentes des angles horaires en proportion du rayon au sinus de la hauteur du pôle. Par conséquent, chaque arc horaire = KCB, sa tangente = KP, si l'on considère CP comme un rayon. Puisque PH est plus petit que PK en proportion de FD à CD, ou du rayon au sinus de la hauteur du pôle, PH est la tangente de l'angle tabulaire du cadran horizontal, et par conséquent HCB est l'angle tabulaire lui-même.

§. 9.

Bien que l'ellipse ADBE puisse être utilisée aussi bien pour un cadran azimutal que pour un cadran horizontal, la différence de position de la méridienne, qui est l'axe le plus court dans le premier cas et le plus long dans l'autre, fait que, si l'on veut se servir de l'ombre des deux styles, on ne peut pas les utiliser en même temps. Mais si l'on veut fixer au style du cadran azimutal, qui est vertical sur la ligne Gg, un miroir également

322 X. Anmerkungen und Zusätze

Axen der Ellipse einen Winkel von 45 Graden mache, so wird der, vermittelt des Spiegels, reflectirte Schatten des Azimuthalzeigers, die Stunden von D an gerechnet, eben so zeigen, wie der auf C B stehende Zeiger der Horizontaluhr die Stunde, von B an gerechnet, weisen wird, wenn die längere Axe in der Mittagslinie liegt. In jeder andern Lage treffen beyde Stunden nicht zusammen. Man hat sich auch dieses Umstandes längst schon bedient, um durch die Vereinigung der Azimuthal- und Horizontaluhren die Lage der Mittagslinien zu finden, dabey aber jede Uhr besonders verzeichnet. Läßt sich aber der Spiegel gut anbringen, so gebraucht es, nach der hier angegebenen Methode, dieser gedoppelten Zeichnung nicht, weil man bey der Ellipse ADBE bleiben, und schlechthin nur die Zahlen, sowohl von D als von B an gerechnet, herum schreiben darf.

II. Bestimmung des Azimuth durch die Höhe der Sonne.

§. 10.

In den Anweisungen zur Gnomonic begnügt man sich mehrentheils die Verfertigung der Sonnen-Uhren, und etwann auch der Mond- und Sternuhren anzugeben, das will sagen, man macht die Bestimmung der Zeit darin zur Hauptabsicht; und dieses hat

Axen der Ellipse einen Winkel von 45 Graden mache, so wird der, vermittelt des Spiegels, reflectirte Schatten des Azimuthalzeigers, die Stunden von D an gerechnet, eben so zeigen, wie der auf C B stehende Zeiger der Horizontaluhr die Stunde, von B an gerechnet, weisen wird, wenn die längere Axe in der Mittagslinie liegt. In jeder andern Lage treffen beyde Stunden nicht zusammen. Man hat sich auch dieses Umstandes längst schon bedient, um durch die Vereinigung der Azimuthal- und Horizontaluhren die Lage der Mittagslinien zu finden, dabey aber jede Uhr besonders verzeichnet. Läßt sich aber der Spiegel gut anbringen, so gebraucht es, nach der hier angegebenen Methode, dieser gedoppelten Zeichnung nicht, weil man bey der Ellipse ADBE bleiben, und schlechthin nur die Zahlen, sowohl von D als von B an gerechnet, herum schreiben darf.

II. Bestimmung des Azimuth durch die Höhe der Sonne.

§. 10.

In den Anweisungen zur Gnomonic begnügt man sich mehrentheils die Verfertigung der Sonnen-Uhren, und etwann auch der Mond- und Sternuhren anzugeben, das will sagen, man macht die Bestimmung der Zeit darin zur Hauptabsicht; und dieses

vertical, de telle sorte qu'il fasse un angle de 45 degrés avec les deux axes de l'ellipse, l'ombre du style du cadran azimutal, réfléchi par l'intermédiaire du miroir, indiquera les heures à partir de D, de même que le style du cadran horizontal, placé sur CB, indiquera l'heure à partir de B, si l'axe le plus long se trouve sur la méridienne. Dans toute autre position, les deux heures ne se correspondent pas. On s'est déjà servi de cette circonstance depuis longtemps pour trouver la position de la méridienne en réunissant les cadrans azimutaux et horizontaux, mais en traçant chaque cadran séparément. Mais si le miroir peut être bien placé, il n'est pas nécessaire, selon la méthode indiquée ici, de faire ce double tracé, car on peut s'en tenir à l'ellipse ADBE, et n'inscrire autours que les chiffres des heures, comptées aussi bien à partir de D que de B.

II. Détermination de l'azimut par la hauteur du Soleil.

§. 10.

Dans les instructions pour la gnomonique, on se contente le plus souvent d'indiquer la fabrication des cadrans solaires, et quelquefois aussi des cadrans lunaires et sidéraux, c'est-à-dire qu'on y fait de la détermination de l'heure l'intention principale; et cela, il est vrai, a de bonnes raisons,

hat allerdings seine gute Gründe, weil man den übrigen Umständen seltener als der Zeit nachfragt. Indessen hat die Bestimmung des Azimuth, und folglich der Mittagslinie, noch genug Erhebliches, daß man die dazu dienlichen Mittel vervielfältigen sollte. In der Gnomonic selbst kömmt die Frage von Bestimmung der Mittagslinien bey den meisten Sonnenuhren vor. In der practischen Geometrie kann sie ebenfalls sehr gute Dienste leisten; und bey der Schiffahrt wird sie unentbehrlich. Da das Azimuth am unmittelbarsten aus der Höhe der Sonne gefunden wird, so werde ich einige darüber angestellte Untersuchungen hier mit anbringen.

§. II.

Es ist unnöthig aus dem vorhergesagten zu wiederholen, daß die erstbeschriebene Azimuthaluhr dazu dienen kann, sofern man GL, als den Sinus totus, und GH als den Cosinus der Sonnenhöhe ansieht, (§. 5.) und sofern GL, GL das Azimuth der auf- und untergehenden Sonne ist. Es ist vielmehr die Frage, das Azimuth unmittelbar auf den Quadranten zu verzeichnen, mit welchem die Höhe der Sonne gemessen wird. Dazu dienen nun folgende Betrachtungen:

§. 12.

Es sey HZON der Mittagskreis, HCO ^{Fig. II.} der Horizont, GCF der Aequator, KSI
 2 ein

hat allerdings seine gute Gründe, weil man den übrigen Umständen seltener als der Zeit nachfragt. Indessen hat die Bestimmung des Azimuth, und folglich der Mittagslinie, noch genug Erhebliches, daß man die dazu dienlichen Mittel vervielfältigen sollte. In der Gnomonic selbst kömmt die Frage von Bestimmung der Mittagslinien bey den meisten Sonnenuhren vor. In der practischen Geometrie kann sie ebenfalls sehr gute Dienste leisten; und bey der Schiffahrt wird sie unentbehrlich. Da das Azimuth am unmittelbarsten aus der Höhe der Sonne gefunden wird, so werde ich einige darüber angestellte Untersuchungen hier mit anbringen.

§. 11.

Es ist unnöthig aus dem vorhergesagten zu wiederholen, daß die erstbeschriebene Azimuthaluhr dazu dienen kann, sofern man GL, als den Sinus totus, und GH als den Cosinus der Sonnenhöhe ansieht, (§. 5.) und sofern GL, GL das Azimuth der auf- und untergehenden Sonne ist. Es ist vielmehr die Frage, das Azimuth unmittelbar auf den Quadranten zu verzeichnen, mit welchem die Höhe der Sonne gemessen wird. Dazu dienen nun folgende Betrachtungen:

§. 12.

Es sey HZON der Mittagskreis, HCO der Horizont, GCF der Aequator, KSI

car on s'occupe moins souvent des autres circonstances que de l'heure. Cependant la détermination de l'azimut, et par conséquent de la méridienne, a encore assez d'importance pour qu'on multiplie les moyens d'y parvenir. En gnomonique même, la question de la détermination de la méridienne se pose pour la plupart des cadrans solaires. Dans la géodésie, elle peut aussi rendre de très bons services; et dans la navigation, elle devient indispensable. Comme l'azimut se trouve le plus directement à partir de la hauteur du Soleil, j'ajouterai ici quelques recherches faites à ce sujet.

§. 11.

Il est inutile de répéter ce qui précède, que le cadran azimutal décrit en premier peut servir à cet effet, pourvu que l'on considère GL comme le sinus total, et GH comme le cosinus de la hauteur du Soleil (§. 5.), et que GL, GL sont les azimuts du Soleil levant et couchant. Il s'agit plutôt de tracer l'azimut directement sur le quadrant avec lequel on mesure la hauteur du Soleil. Les considérations suivantes permettent d'y parvenir:

§. 12.

Soient HZON le méridien local, HCO l'horizon, GCF l'équateur, KSI une ligne parallèle à

324 X. Anmerkungen und Zusätze

ein Parallelkreiß des Aequators, S der Ort der Sonne, SZ ihr Abstand vom Zenith, SP ihr Abstand vom Pole, SPZ der Stunden-Winkel, SZI der Azimuthalwinkel. Man setze:

$$\begin{aligned} PZ &= e \\ PS &= c \\ ZS &= k \\ PZS &= a \end{aligned}$$

so giebt die Trigonometrie folgende Gleichung:

$$\begin{aligned} \cos c &= \cos e \cdot \cos k + \sin e \cdot \sin k \cdot \cos a \\ \text{oder wenn man durch } \sin k \text{ dividirt} \\ \cos c \cdot \operatorname{cosec} k &= \cos e \cdot \cot k + \sin e \cdot \cos a \end{aligned}$$

§. 13.

Fig. III. Da wir den sphärischen Triangel PSZ in einen geradlinichten verwandeln, in welchem e ein Winkel werde, so seyn in dem geradlinichten Triangel α ε δ vier auf einander folgende Stücke, nemlich die Winkel δ, ε und die Seiten α, ε; so wird die Verhältniß dieser vier Stücke durch die Gleichung

$$\alpha \operatorname{cosec} \varepsilon = \varepsilon \cdot \cot \varepsilon + \varepsilon \cdot \cot \delta$$

ausgedrückt. Wird diese Gleichung mit der letztern des vorhergehenden §. verglichen, so läßt sich

$$\begin{aligned} \operatorname{cosec} \varepsilon &= \operatorname{cosec} k \\ \cot \varepsilon &= \cot k \end{aligned}$$

demnach

$$\varepsilon = k$$

setzen.

ein Parallelkreiß des Aequators, S der Ort der Sonne, SZ ihr Abstand vom Zenith, SP ihr Abstand vom Pole, SPZ der Stunden Winkel, SZI der Azimuthalwinkel. Man setze :

$$\begin{aligned} PZ &= e \\ PS &= c \\ ZS &= k \\ PZS &= a \end{aligned}$$

so giebt die Trigonometrie folgende Gleichung :

$$\cos c = \cos e \cdot \cos k + \sin e \cdot \sin k \cdot \cos a$$

oder wenn man durch sin k dividirt

$$\cos c \cdot \operatorname{cosec} k = \cos e \cdot \cot k + \sin e \cdot \cos a$$

§. 13.

Da wir den sphärischen Triangel PSZ in einen geradlinichten verwandeln, in welchem e ein Winkel werde, so seyn in dem geradlinichten Triangel α ε δ vier auf einander folgende Stücke, nemlich die Winkel δ, ε und die Seiten α, ε; so wird die Verhältniß dieser vier Stücke durch die Gleichung

$$\alpha \operatorname{cosec} \varepsilon = \varepsilon \cdot \cot \varepsilon + \varepsilon \cdot \cot \delta$$

ausgedrückt. Wird diese Gleichung mit der letztern des vorhergehenden §. verglichen, so läßt sich

$$\begin{aligned} \operatorname{cosec} \varepsilon &= \operatorname{cosec} k \\ \cot \varepsilon &= \cot k \end{aligned}$$

demnach

$$\varepsilon = k$$

l'équateur, S la position du Soleil, SZ sa distance au zénith, SP sa distance au pôle, SPZ l'angle horaire, SZI l'angle d'azimut. Posons :

$$\begin{aligned} PZ &= e \\ PS &= c \\ ZS &= k \\ PZS &= a \end{aligned}$$

la trigonométrie donne l'équation suivante :

$$\cos c = \cos e \cdot \cos k + \sin e \cdot \sin k \cdot \cos a$$

ou, si l'on divise par sin k

$$\cos c \cdot \operatorname{cosec} k = \cos e \cdot \cot k + \sin e \cdot \cos a$$

§. 13.

Comme nous transformons le triangle sphérique PSZ en un triangle rectiligne, dans lequel e devient un angle, il y a dans le triangle rectiligne α ε δ quatre grandeurs consécutives, à savoir les angles δ, ε et les côtés α, ε; la proportion de ces quatre grandeurs est donc donnée par l'équation

$$\alpha \operatorname{cosec} \varepsilon = \varepsilon \cdot \cot \varepsilon + \varepsilon \cdot \cot \delta$$

Si l'on compare cette équation avec celle du § précédent, on peut obtenir

$$\operatorname{cosec} \varepsilon = \operatorname{cosec} k$$

$$\cot \varepsilon = \cot k$$

par conséquent, on voit que

$$\varepsilon = k$$

setzen. Dadurch aber wird

$$\alpha = \cos c$$

$$\delta = \cos e$$

und da nun nur noch

$$\delta \cot \delta = \sin e. \cos a$$

bleibt, so findet sich.

$$\cot \delta = \frac{\sin e. \cos a}{\delta} = \tan e. \cos a$$

Und auf diese Art sind die vier Stücke $\varepsilon, \alpha, \delta, \delta$ des geradlinichten Triangels durch die vier Stücke k, c, e, a des sphärischen Triangels dergestalt bestimmt, daß die Seite k des letztern im erstern der Winkel ε wird. Es ist demnach in dem geradlinichten Triangel der Winkel ε das Complement der Sonnenhöhe, die Seite δ der Sinus der Polhöhe, die Seite α der Sinus der Declination. Und da

$$\cot \delta = \tan e. \cos a$$

ist, so ergiebt sich hieraus, daß der Winkel δ dem Bogen NL gleich ist. Denn der Triangel LGN ist in G rechtwinklicht, und

$$GN = 90^\circ - e$$

$$GNL = a$$

Demnach

$$\cos a = \cot e. \cot NL = \cot e. \cot \delta$$

$$d = NL.$$

§. 14.

Wir führen diesen letztern Umstand nur an, um zu zeigen, daß der Winkel δ auch auf der

X 3

Sphä.

setzen. Dadurch aber wird

$$\alpha = \cos c$$

$$\delta = \cos e$$

und da nun nur noch

$$\delta \cot \delta = \sin e. \cos a$$

bleibt, so findet sich

$$\cot \delta = \frac{\sin e. \cos a}{\delta} = \tan e. \cos a$$

Und auf diese Art sind die vier Stücke $\varepsilon, \alpha, \delta, \delta$ des geradlinichten Triangels durch die vier Stücke k, c, e, a des sphärischen Triangels dergestalt bestimmt, daß die Seite k des letztern im erstern der Winkel ε wird. Es ist demnach in dem geradlinichten Triangel der Winkel ε das Complement der Sonnenhöhe, die Seite δ der Sinus der Polhöhe, die Seite α der Sinus der Declination. Und da

$$\cot \delta = \tan e. \cos a$$

ist, so ergiebt sich hieraus, daß der Winkel δ dem Bogen NL gleich ist. Denn der Triangel LGN ist in G rechtwinklicht, und

$$GN = 90^\circ - e$$

$$GNL = a$$

demnach

$$\cos a = \cot e. \cot NL = \cot e. \cot \delta$$

$$d = NL$$

§. 14.

Wir führen diesen letztern Umstand nur an, um zu zeigen, daß der Winkel δ auch auf der

or, de ce fait

$$\alpha = \cos c$$

$$\delta = \cos e$$

et comme il ne reste plus que

$$\delta \cot \delta = \sin e. \cos a$$

ainsi on trouve

$$\cot \delta = \frac{\sin e. \cos a}{\delta} = \tan e. \cos a$$

Et, de cette manière, les quatre grandeurs $\varepsilon, \alpha, \delta, \delta$ du triangle rectiligne sont déterminées par les quatre valeurs k, c, e et a du triangle sphérique, de telle sorte que le côté k de ce dernier devient dans le premier l'angle ε . Ainsi, dans le triangle rectiligne, l'angle ε est le complément de la hauteur du Soleil, le côté δ le sinus de la hauteur du pôle, le côté α le sinus de la déclinaison. Et comme

$$\cot \delta = \tan e. \cos a$$

il s'ensuit que l'angle δ est égal à l'arc NL . En effet, le triangle sphérique LGN est à angle droit en G , et

$$GN = 90^\circ - e$$

$$GNL = a$$

par conséquent

$$\cos a = \cot e. \cot NL = \cot e. \cot \delta$$

$$\delta = NL$$

§. 14.

Nous ne mentionnons cette circonstance que pour montrer que l'angle δ a aussi une signification sur

326 X. Anmerkungen und Zusätze

Sphäre eine Bedeutung hat. Es ist aber zu unserm Vorhaben genug, wenn wir aus der Gleichung

$$\cot \delta = \tan e \cdot \cos a$$

die Anmerkung ziehen, daß sich der Winkel δ schlechthin nach dem Azimuth a verändert, und daher beständig ist, so lange man bey einerley Azimuth bleibt. Da nun die demselben gegenüberstehende Seite $\delta = \cos e$ durchaus beständig ist, so wird der Punct δ allemal in dem Umkreise des Circuls $\varepsilon \delta \gamma$ liegen, und auf diese Art wird α durch ε , oder hinwiederum ε durch α bestimmt. Es ist demnach nur die Frage, diesen Circul für jedes Azimuth zu bestimmen. Dieses wird nun am leichtesten geschehen, wenn wir den Winkel ε rechtwinklicht nehmen.

§. 15.

Fig. IV. Es sey demnach AC zu AB wie der Sinus totus zur Tangente e , und A ein rechter Winkel. Ferner sey für jedes Azimuth

$$AB : AD = 1 : \cos a$$

so wird

$$AC : AD = 1 : \tan e \cdot \cos a = 1 : \cot \delta$$

$$\delta = CDA$$

sey. Man halbire DC in E , und aus E beschreibe man mit dem Halbmesser ED den Bogen ADC , so ist dieses der für das Azimuth a gesuchte Bogen. Nimmt man nun jedes Azimuth

Sphäre eine Bedeutung hat. Es ist aber zu unserm Vorhaben genug, wenn wir aus der Gleichung

$$\cot \delta = \tan e \cdot \cos a$$

die Anmerkung ziehen, daß sich der Winkel δ schlechthin nach dem Azimuth a verändert, und daher beständig ist, so lange man bey einerley Azimuth bleibt. Da nun die demselben gegenüberstehende Seite $\delta = \cos e$ durchaus beständig ist, so wird der Punct δ allemal in dem Umkreise des Circuls $\varepsilon \delta \gamma$ liegen, und auf diese Art wird α durch ε , oder hinwiederum ε durch α bestimmt. Es ist demnach nur die Frage, diesen Circul für jedes Azimuth zu bestimmen. Dieses wird nun am leichtesten geschehen, wenn wir den Winkel ε rechtwinklicht nehmen.

§. 15.

Es sey demnach AC zu AB wie der Sinus totus zur Tangente e , und A ein rechter Winkel. Ferner sey für jedes Azimuth

$$AB : AD = 1 : \cos a$$

so wird

$$AC : AD = 1 : \tan e \cdot \cos a = 1 : \cot \delta$$

demnach

$$\delta = CDA$$

sey. Man halbire DC in E , und aus E beschreibe man mit dem Halbmesser ED den Bogen ADC , so ist dieses der für das Azimuth a gesuchte Bogen. Nimmt man nun jedes Azimuth

la sphère. Mais il suffit pour notre propos de déduire de l'équation

$$\cot \delta = \tan e \cdot \cos a$$

la remarque que l'angle δ varie essentiellement selon l'azimut a , et qu'il est donc constant tant que l'on reste à un même azimut. Comme le côté opposé $\delta = \cos e$ est absolument constant, le point δ se trouvera toujours dans la circonférence du cercle $\varepsilon \delta \gamma$, et de cette manière α est déterminé par ε , ou encore ε par α . Il ne s'agit donc que de déterminer ce cercle pour chaque azimut. Le moyen le plus simple de le faire est de prendre l'angle γ droit.

§. 15.

Il faut donc que AC soit à AB comme le sinus total à tangente e , et que A soit un angle droit. De plus, pour chaque azimut, il faut

$$AB : AD = 1 : \cos a$$

ainsi

$$AC : AD = 1 : \tan e \cdot \cos a = 1 : \cot \delta$$

par conséquent

$$\delta = CDA$$

Si l'on divise DC en E et qu'on décrit l'arc ADC à partir de E avec le rayon ED , c'est l'arc recherché pour l'azimut a . Si l'on prend chaque azimut de

muth von 10 zu 10 Graden, so werden die denselben entsprechende Bögen auf eben die Art beschrieben, wie sie die Figur vorstellt. Zieht man durch E eine Parallele HEG mit AB, so liegen alle Mittelpuncte auf HG, und es ist für jedes Azimuth

$$HF : EF = 1 : \cos a.$$

§. 16.

In dieser Figur ist nun

$$AC = \theta = \cos e$$

folglich

$$CB = CM = \sin. tot.$$

ferner jede Linie

$$Cd = \cos c = \alpha$$

$$dCA = k$$

$$dCK = 90^\circ - k$$

und der Circul ADdC zeigt das dazu gehörige Azimuth an.

§. 17.

Daferne das auf diese Art zu verfertigende Instrument nur für die Sonnenhöhen und deren Azimuthe dienen solle, so gebraucht man nicht die ganze Figur, sondern man macht CL dem Sinus der größten Declination der Sonne gleich; und indem man aus C den Bogen LI beschreibt, so ist der Theil LIC alles, was man von der Figur gebraucht. Auf CL werden aus C die Sinus der Declination für jede Grade der Ecliptic getragen, und mit

E 4

LI

von 10 zu 10 Graden, so werden die denselben entsprechende Bögen auf eben die Art beschrieben, wie sie die Figur vorstellt. Zieht man durch E eine Parallele HEG mit AB, so liegen alle Mittelpuncte auf HG, und es ist für jedes Azimuth

$$HF : EF = 1 : \cos a$$

§. 16.

In dieser Figur ist nun

$$AC = \theta = \cos e$$

folglich

$$CB = CM = \sin. tot.$$

ferner jede Linie

$$CD = \cos c = \alpha$$

$$dCA = k$$

$$dCK = 90^\circ - k$$

und der Circul ADdC zeigt das dazu gehörige Azimuth an.

§. 17.

Daferne das auf diese Art zu verfertigende Instrument nur für die Sonnenhöhen und deren Azimuthe dienen solle, so gebraucht man nicht die ganze Figur, sondern man macht CL dem Sinus der größten Declination der Sonne gleich; und indem man aus C den Bogen LI beschreibt, so ist der Theil LIC alles, was man von der Figur gebraucht. Auf CL werden aus C die Sinus der Declination für jede Grade der Ecliptic getragen, und mit

10 en 10 degrés, les arcs correspondants sont décrits de la même manière que sur la figure. Si l'on trace par E une parallèle HEG avec AB, tous les centres se trouvent sur HG, et il y a pour chaque azimuth

$$HF : EF = 1 : \cos a$$

§. 16.

Dans cette figure, on a maintenant

$$AC = \theta = \cos e$$

par conséquent

$$CB = CM = \sin. tot.$$

en outre, chaque ligne

$$CD = \cos c = \alpha$$

$$dCA = k$$

$$dCK = 90^\circ - k$$

et le cercle ADdC indique l'azimut correspondant.

§. 17.

Si l'instrument à fabriquer de cette manière ne doit servir qu'aux hauteurs du Soleil et à son azimuth, on n'utilise pas la figure entière, mais on assimile CL au sinus de la plus grande déclinaison du Soleil; et en décrivant à partir de C l'arc LI, la partie LIC est tout ce qu'on utilise de la figure, sur CL on porte à partir de C les sinus de la déclinaison pour chaque degré de l'écliptique, et

328 X. Anmerkungen und Zusätze

Ll concentrische Bögen aus C beschrieben. Wo nun diese Declinationsbögen die Azimuthalb Bögen durchschneiden, da ergiebt sich zugleich die dazu gehörende Höhe der Sonne durch den Winkel, den die aus C in diese Durchschnittspuncte gezogenen Linien mit CK machen. Die fünfte Figur stellt einen solchen für die Grade der Ecliptic verzeichneten Azimuthalquadranten grösser und deutlicher vor, und die Verzeichnung auf eine bloß practische Art vorgetragen, ist folgende.

§. 18.

Fig. V. Nach einer beliebig angenommenen Scale mache man CF dem halben Sinus der Polhöhe, FH dem halben Cosinus derselben gleich und den Winkel F von 90 Graden. Sodann sehe man FH als einen Halbmesser an, und trage auf denselben aus F gegen H und G alle Sinus des Azimuth, von Grad zu Grad, oder von 5 zu 5, oder, wie es in der Figur geschehen, von 10 zu 10 Graden, so hat man eben so viele Mittelpuncte, aus welchen man durch C eben so viele Circulbogen zieht, und auf dieselbe die Grade des Azimuth von Mittag und von Mitternacht an gerechnet, zeichnet. Der Winkel HCN wird von 90 Graden gemacht, und so erhält man NCL die ganze Defnung, so der Quadrant haben muß. Ferner mache man CL dem Sinus der größten Declination der Sonnen gleich, und beschreibe aus

Ll concentrische Bögen aus C beschrieben. Wo nun diese Declinationsbögen die Azimuthalb Bögen durchschneiden, da ergiebt sich zugleich die dazu gehörende Höhe der Sonne durch den Winkel, den die aus C in diese Durchschnittspuncte gezogenen Linien mit CK machen. Die fünfte Figur stellt einen solchen für die Grade der Ecliptic verzeichneten Azimuthalquadranten grösser und Deutlicher vor, und die Verzeichnung auf eine bloß practische Art vorgetragen, ist folgende.

§. 18.

Nach einer beliebig angenommenen Scale mache man CF dem halben Sinus der Polhöhe, FH dem halben Cosinus derselben gleich und den Winkel F von 90 Graden. Sodann sehe man FH als einen Halbmesser an, und trage auf denselben aus F gegen H und G alle Sinus des Azimuth, von Grad zu Grad, oder von 5 zu 5, oder, wie es in der Figur geschehen, von 10 zu 10 Graden, so hat man eben so viele Mittelpuncte, aus welchen man durch C eben so viele Circulbogen zieht, und auf dieselbe die Grade des Azimuth von Mittag und von Mitternacht an gerechnet, zeichnet. Der Winkel HCN wird von 90 Graden gemacht, und so erhält man NCL die ganze Defnung, so der Quadrant haben muß. Ferner mache man CL dem Sinus der größten Declination der Sonnen gleich, und beschreibe

comme Ll on décrit des arcs concentriques à partir de C. Là où ces arcs de déclinaison coupent les arcs d'azimut, on obtient en même temps la hauteur du Soleil correspondante par l'angle que font avec CK les lignes tirées de C passant par ces points d'intersection. La figure 5 montre un tel quadrant d'azimut représenté avec les degrés de l'écliptique plus étendus et plus clairs, et son tracé, exposé d'une manière simple et pratique, est le suivant.

§. 18.

Selon une échelle quelconque, on assimile CF à la moitié du sinus de la hauteur du pôle, FH à la moitié du cosinus de celle-ci et l'angle F à 90 degrés. Ensuite, en considérant FH comme un rayon, et en portant sur lui, de F vers H et G, tous les sinus de l'azimut, de degré en degré, ou de 5 en 5, ou, comme on l'a fait sur la figure, de 10 en 10 degrés, on a autant de centres, d'où l'on tire par C autant d'arcs de cercle, et sur lesquels on indique les degrés de l'azimut comptés à partir du sud et du nord. L'angle HCN est fait de 90 degrés, et l'on obtient ainsi par NCL toute la dimension que doit avoir le quadrant. En outre, on assimile CL au sinus de la plus grande déclinaison du Soleil, et on décrit à partir de C l'arc extrême

aus C den äussersten Bogen LKN, welcher sodann in Grade getheilet wird, die von K aus vor- und rückwärts gezählet werden, so, daß der 90ste Grad in L falle. Sodann werden auf CL aus C die Sinus der Declination von allen Graden der Ecliptic aufgetragen, oder welches einerley ist, man sieht CL als einen Halbmesser an, und trägt alle Sinus darauf, oder man fällt aus jeden Grade des Bogens LK Perpendicularen auf CL, und schreibt die nördliche Zeichen des Thierkreyses da, wo die Sinus ihrer Declination hinfallen. Auf CN werden auf gleiche Art die südlichen Zeichen geschrieben. Die Dioptern werden auf CL angemacht, so, daß für die nördliche Zeichen C, für die südlichen L gegen die Sonne gerichtet wird. Den in C angemachten Faden CP mit dem Gleichgewichte P und der daran beweglichen Perle p, läßt man frey herunter hängen, nachdem man denselben anfangs auf CL, oder CN gelegt, um die Perl auf den Ort der Sonne zu schieben. Auf diese Art wird z. E. wenn die Sonne im 23sten Grad γ , oder 7 Grad δ und 20 Grad hoch ist, die Perl in p seyn, und den 95sten Grad des Azimuth, von Mittag an gerechnet, oder auf den 85sten Grad von Mitternacht an gerechnet, anzeigen. Wäre bey gleicher Höhe der Sonne eben die Declination südlich, so würde die Perl in q auf den 21sten Grad von Mittag, oder auf den 159sten Gr. von Mitternacht an gerechnet, fallen.

aus C den äussersten Bogen LKN, welcher sodann in Grade getheilet wird, die von K aus vor- und rückwärts gezählet werden, so, daß der 90ste Grad in L falle. Sodann werden auf CL aus C die Sinus der Declination von allen Graden der Ecliptic aufgetragen, oder welches einerley ist, man sieht CL als einen Halbmesser an, und trägt alle Sinus darauf, oder man fällt aus jeden Grade des Bogens LK Perpendicularen auf CL, und schreibt die nördliche Zeichen des Thierkreyses da, wo die Sinus ihrer Declination hinfallen. Auf CN werden auf gleiche Art die südlichen Zeichen geschrieben. Die Dioptern werden auf CL angemacht, so, daß für die nördliche Zeichen C, für die südlichen L gegen die Sonne gerichtet wird. Den in C angemachten Faden CP mit dem Gleichgewichte P und der daran beweglichen Perle p, läßt man frey herunter hängen, nachdem man denselben anfangs auf CL, oder CN gelegt, um die Perl auf den Ort der Sonne zu schieben. Auf diese Art wird z. E. wenn die Sonne im 23sten Grad γ , oder 7 Grad δ und 20 Grad hoch ist, die Perl in p seyn, und den 95sten Grad des Azimuth, von Mittag an gerechnet, oder auf den 85sten Grad von Mitternacht an gerechnet, anzeigen. Wäre bey gleicher Höhe der Sonne eben die Declination südlich, so würde die Perl in q auf den 21sten Grad von Mittag, oder auf den 159sten Gr. von Mitternacht an gerechnet,

LKN qui est ensuite gradué en degrés comptés en avant et en arrière à partir de K, de sorte que le 90e degré tombe en L. Ensuite, on porte sur CL, à partir de C, les sinus de la déclinaison de tous les degrés de l'écliptique, ou bien, ce qui est identique, on considère CL comme un rayon, et on y porte tous les sinus [des degrés de l'écliptique], ou bien on fait tomber des perpendiculaires de chaque degré de l'arc LK sur CL, et on indique les signes septentrionaux du zodiaque là où tombent les sinus de leur degrés. Les signes du sud sont indiqué de la même manière sur CN. Les pinnules sont fixées sur CL, de manière à ce que C soit dirigé vers le Soleil pour les signes du nord et L pour ceux du sud. On laisse pendre librement le fil CP fixé en C, avec le plomb P et la perle coulissante p, après l'avoir placé au préalable sur CL ou CN afin de régler la perle sur le lieu du Soleil. De cette manière, par exemple, si le Soleil est au 23e degré du γ , ou au 7e degrés du δ et à 20 degrés de hauteur, la perle sera en p et indiquera le 95e degré de l'azimut à partir du sud, ou le 85e degré à partir du nord. Si, à la même hauteur du Soleil, la déclinaison était au sud, la perle en q tomberait au 21e degré à partir du sud, ou au 159e degré à partir du nord. Par ailleurs, si

330 X. Anmerkungen und Zusätze

fallen. Will man aber den Quadranten feste stellen, und die Dioptern anstatt des Fadens, auf ein bewegliches Lineal bringen, so muß CK immer horizontal liegen, und die auf CL, CN geschriebene Grade und Zeichen werden auf das Lineal gezeichnet.

§. 19.

Wer leicht einige gnomonische Schriften gelesen hat, wird ohne Mühe auf die Anmerkung fallen, daß man längst schon einen Quadranten von dieser Art gesucht hat, auf welchem die hier verzeichneten Azimuthalbbögen, Stundenbögen wären, und zwar mit dem Bedinge, daß es Circulbögen blieben. Denn wenn man andere krumme Linien dazu gebrauchen will, so lassen sich unzählige dergleichen verzeichnen. Man findet auch hin und wieder solche Quadranten beschrieben, wo man mit Hindansetzung der geometrischen Schärfe Circulbögen dazu gebraucht. Mit geometrischer Schärfe läßt sich eben dieser Azimuthalquadrant dazu gebrauchen, wenn man die Declination und die Sonnenhöhe verwechselt. Man nimmt nemlich die Declination auf dem Bogen KL, oder KN, und den Sinus der Sonnenhöhe auf CL, oder CN, und verwandelt die Grade des Azimuth, so die Perl anzeigt, in Stunden, indem man sie durch 15 theilt. So z. E. wenn man setzt, die Declination sey 20 Grad nördlich, die Sonnenhöhe $18\frac{1}{2}$ Grad, so wird die

Perl fallen. Will man aber den Quadranten feste stellen, und die Dioptern anstatt des Fadens, auf ein bewegliches Lineal bringen, so muß CK immer horizontal liegen, und die auf CL, CN geschriebene Grade und Zeichen werden auf das Lineal gezeichnet.

§. 19.

Wer leicht einige gnomonische Schriften gelesen hat, wird ohne Mühe auf die Anmerkung fallen, daß man längst schon einen Quadranten von dieser Art gesucht hat, auf welchem die hier verzeichneten Azimuthalbbögen, Stundenbögen wären, und zwar mit dem Bedinge, daß es Circulbögen blieben. Denn wenn man andere krumme Linien dazu gebrauchen will, so lassen sich unzählige dergleichen verzeichnen. Man findet auch hin und wieder solche Quadranten beschrieben, wo man mit Hindansetzung der geometrischen Schärfe Circulbögen dazu gebraucht. Mit geometrischer Schärfe läßt sich eben dieser Azimuthalquadrant dazu gebrauchen, wenn man die Declination und die Sonnenhöhe verwechselt. Man nimmt nemlich die Declination auf dem Bogen KL, oder KN, und den Sinus der Sonnenhöhe auf CL, oder CN, und verwandelt die Grade des Azimuth, so die Perl anzeigt, in Stunden indem man sie durch 15 theilt. So z. E. wenn man setzt, die Declination sey 20 Grad nördlich, die Sonnenhöhe $18\frac{1}{2}$ Grad, so wird die

Perl fallen. Will man aber den Quadranten feste stellen, und die Dioptern anstatt des Fadens, auf ein bewegliches Lineal bringen, so muß CK immer horizontal liegen, und die auf CL, CN geschriebene Grade und Zeichen werden auf das Lineal gezeichnet.

§. 19.

Celui qui a quelque peu lu des écrits de gnomonique tombera sans peine sur la remarque qu'on a cherché depuis longtemps un quadrant de ce genre, sur lequel les arcs azimutaux indiqués ici seraient des arcs horaires, à la condition qu'ils restent des arcs de cercle. Car si l'on veut utiliser d'autres lignes courbes à cet effet, on peut en répertorier d'innombrables. On trouve aussi de temps en temps de tels quadrants décrits, où l'on utilise des arcs de cercle en appliquant des approximations géométriques. Ce quadrant d'azimut peut être utilisé avec une rigueur géométrique si l'on confond la déclinaison et la hauteur du Soleil. En effet, en prenant la déclinaison sur l'arc KL, ou KN, et le sinus de la hauteur du Soleil sur CL, ou CN, on transforme les degrés d'azimut indiqués par la perle en heures en les divisant par 15. Ainsi, par exemple, si l'on suppose que la déclinaison est de 20 degrés au nord et la hauteur du Soleil de $18,5$ degrés, la

Perl, wie vorhin, in p seyn, und von Mittag an gerechnet 95 Grad, oder, durch 15 getheilt, 6 St. 20 Min. angeben, welches Nachmittags-Stunden sind. Theilt man aber die von Mitternacht an gerechnete 85 Grad durch 15, so erhält man 5 St. 40 Min. welches Vormittags-Stunden sind.

§. 20.

Der Grund, warum diese Verwechselung angeht, ist, weil man in beyden Fällen in dem Triangel PZS drey Seiten und einen Winkel hat. Der Quadrant ist für den Azimuthalwinkel Z construirt. Will man statt dessen den Stundenwinkel P nehmen, so steht diesem nicht mehr die Seite P S, sondern die Seite ZS gegenüber. Demnach müssen diese Seiten verwechselt werden. Da die Seite P Z an beyden Winkeln liegt, so bleibt sie in beyden Fällen unverändert. Da übrigens die Scale CL nur bis auf $23\frac{1}{2}$ Grad geht, so sieht man leicht, daß sie nicht für alle Sonnenhöhen dient, und daß man folglich dieselbe bis auf den Sinus der größten Sonnenhöhe verlängern müsse. Fig. II.

§. 21.

Ich werde mich aber dabey nicht länger aufhalten, sondern vielmehr die Anmerkung machen, daß alle die gnomonische Instrumente, wobey das, was man sucht, auf einer ganzen Fläche

Perl, wie vorhin, in p seyn, und von Mittag an gerechnet 95 Grad, oder, durch 15 getheilt, 6 St. 20 Min. angeben, welches Nachmittags-Stunden sind. Theilt aber die von Mitternacht an gerechnete 85 Grad durch 15, so erhält man 5 St. 40 Min. welches Vormittags-Stunden sind.

§. 20.

Der Grund, warum diese Verwechselung angeht, ist, weil man in beyden Fällen in dem Triangel PZS drey Seiten und einen Winkel hat. Der Quadrant ist für den Azimuthalwinkel Z construirt. Will man statt dessen den Stundenwinkel P nehmen, so steht diesem nicht mehr die Seite PS, sondern die Seite ZS gegenüber. Demnach müssen diese Seiten verwechselt werden. Da die Seite PZ an beyden Winkeln liegt, so bleibt sie in beyden Fällen unverändert. Da übrigens die Scale CL nur bis auf $23\frac{1}{2}$ Grad geht, so sieht man leicht, daß sie nicht für alle Sonnenhöhen dient, und daß man folglich dieselbe bis auf den Sinus der größten Sonnenhöhe verlängern müsse.

§. 21.

Ich werde mich aber dabey nicht länger aufhalten, sondern vielmehr die Anmerkung machen, daß alle die gnomonische Instrumente, wobey das, was man sucht, auf einer ganzen

perle sera, comme précédemment, en p et indiquera 95 degrés à partir de midi ou, divisée par 15, 6 h 20 min qui sont des heures de l'après-midi. Mais si l'on divise par 15 les 85 degrés comptés à partir de minuit, on obtient 5 h 40 min qui sont des heures de la matinée.

§. 20.

La raison de cette conversion est que, dans les deux cas, on a trois côtés et un angle dans le triangle PZS. Le quadrant est construit pour l'angle Z d'azimut. Si l'on veut prendre à la place l'angle horaire, ce n'est plus le côté PS qui lui est opposé, mais le côté ZS. Ces côtés doivent donc être intervertis. Comme le côté PZ se trouve sur les deux angles, il reste inchangé dans les deux cas. D'ailleurs, comme l'échelle CL ne va que jusqu'à $23,5$ degrés, on voit facilement qu'elle ne sert pas pour toutes les hauteurs du Soleil, et qu'il faut par conséquent la prolonger jusqu'au sinus de la plus grande hauteur du Soleil.

§. 21.

Je ne m'attarderai pas plus longtemps sur ce point, mais je ferai remarquer que tous les instruments gnomoniques où la valeur cherchée est portée sur

332 X. Anmerkungen und Zusätze

Fläche herum getragen und gesucht werden muß, auf eine solche Art ins weitläufige fallen, daß man, so sinnreich sie auch ausgedacht sind, statt derselben, mit gutem Grunde, einfachere wünschen kan. So z. E. fällt das Geschmeidige der Azimuthaluhr der ersten Figur in die Augen. Die Stunden liegen auf einer einzigen Linie herum, und der Zeiger wird auch nur auf der Linie Gg, als auf einer ganz einfachen Scale auf den Ort der Sonne gestellt. Ich habe daher auf Mittel gedacht, bey den Quadranten eben solche Abkürzungen und Geschmeidigkeiten zu erhalten, und werde nun das, so ich für das Azimuth gefunden, folgender massen vortragen.

§. 22.

Fig. II. Da die Sonnenhöhe, deren Complement der Bogen ZS ist, auf dem Quadranten durch einen Winkel vorgestellt und gemessen wird, so habe ich nach den bekannten trigonometrischen Regeln den Triangel E C A genommen, dessen drey Seiten ihre Pole in den Ecken P, Z, S haben. Hier ist nun
 ECA die Höhe des Aequators = e
 CEA das Complement der Sonnenhöhe = k
 CAM das Complement der Declination = c
 EC das Complement des Azimuth = $180^\circ - a$
 CA der Stundenbogen = SPZ.
 Nun war es die Frage, den Triangel AEC dergestalt zu projiciren, daß das Auge in dem Nadir

Fläche herum getragen und gesucht werden muß, auf eine solche Art ins weitläufige fallen, daß man, so sinnreich sie auch ausgedacht sind, statt derselben, mit gutem Grunde, einfachere wünschen kan. So z. E. fällt das Geschmeidige der Azimuthaluhr der ersten Figur in die Augen. Die Stunden liegen auf einer einzigen Linie herum, und der Zeiger wird auch nur auf der Linie Gg, als auf einer ganz einfachen Scale auf den Ort der Sonne gestellt. Ich habe daher auf Mittel gedacht, bey den Quadranten eben solche Abkürzungen und Geschmeidigkeiten zu erhalten, und werde nun das, so ich für das Azimuth gefunden, folgender massen vortragen.

§. 22.

Da die Sonnenhöhe, deren Complement der Bogen ZS ist, auf dem Quadranten durch einen Winkel vorgestellt und gemessen wird, so habe ich nach den bekannten trigonometrischen Regeln den Triangel ECA genommen, dessen drey Seiten ihre Pole in Ecken P, Z, S haben. Hier ist nun
 ECA die Höhe des Aequators = e
 CEA das Complement der Sonnenhöhe = k
 CAM das Complement der Declination = c
 EC das Complement des Azimuth = $180^\circ - a$
 CA der Stundenbogen = SPZ.
 Nun war es die Frage, den Triangel AEC dergestalt zu projiciren, daß das Auge in dem

toute une surface sont d'une telle nature que, si judicieux qu'ils soient, on peut en désirer de plus simples. Ainsi, par exemple, la souplesse du cadran azimutal de la figure 1 saute aux yeux. Les heures sont disposées sur une seule ligne, et le style n'est placé sur le lieu du Soleil que sur la ligne Gg, une échelle très simple. J'ai donc pensé à des moyens d'obtenir de telles simplicités et souplesses pour les quadrants, et je vais maintenant présenter ici ce que j'ai trouvé pour l'azimut.

§. 22.

Comme la hauteur du Soleil, dont le complément est l'arc ZS, est représentée et mesurée sur le quadrant par un angle, j'ai pris, selon les règles trigonométriques connues, le triangle ECA dont les trois côtés ont leurs pôles dans les angles P, Z et S. On a alors
 ECA la hauteur de l'équateur = e
 CEA le complément de la hauteur du Soleil = k
 CAM le complément de la déclinaison = c
 EC l'azimut compté à partir du sud = a
 CA l'arc horaire = SPZ.
 Il s'agit maintenant de projeter le triangle AEC de telle sorte que l'œil soit sur la sphère à l'opposé

Nadir des Puncts E und die Tafel auf der aus dem Auge in E gezogenen Linien senkrecht war. Man weiß, daß auf diese Art die Bögen EC, EA durch gerade Linien vorgestellt werden, deren Länge den Tangenten der Hälfte dieser Bögen gleich ist, daß der Winkel E bleibt, und AC durch einen Circulbogen vorgestellt wird, welcher die Linien EC, EA unter den Winkeln A, C schneidet.

§. 23.

Man mache demnach den Winkel

Fig. VI.

$$AEC = k$$

$$EC = \tan \frac{1}{2} a$$

$$EQ = \cot a$$

$$CQR = 90^\circ$$

$$QCR = 90^\circ - e$$

aus R beschreibe man den Bogen CAM, so wird der Winkel

$$ACE = e$$

$$MAE = c$$

und EAE der Declination der Sonne gleich seyn.

§. 24.

Nun ist

$$QC = \cot a + \tan \frac{1}{2} a = \operatorname{cosec} a$$

demnach

$$QE : QC = \cot a : \operatorname{cosec} a = \cosin a$$

Nimmt man folglich QC und damit den ganzen Triangel QCR und den Bogen CM als bestän-

Nadir des Puncts E und die Tafel auf der aus dem Auge in E gezogenen Linien senkrecht war. Man weiß, daß auf diese Art die Bögen EC, EA durch gerade Linien vorgestellt werden, deren Länge den Tangenten der Hälfte dieser Bögen gleich ist, daß der Winkel E bleibt, und AC durch einen Circulbogen vorgestellt wird, welcher die Linien EC, EA unter den Winkeln A, C schneidet.

§. 23.

Man mache demnach den Winkel

$$AEC = k$$

$$EC = \tan \frac{1}{2} a$$

$$EQ = \cot a$$

$$CQR = 90^\circ$$

$$QCR = 90^\circ - e$$

aus R beschreibe man den Bogen CAM, so wird der Winkel

$$ACE = e$$

$$MAE = c$$

und EAR der Declination der Sonne gleich seyn.

§. 24.

Nun ist

$$QC = \cot a + \tan \frac{1}{2} a = \operatorname{cosec} a$$

demnach

$$QE : QC = \cot a : \operatorname{cosec} a = \cosin a$$

Nimmt man folglich QC und damit den ganzen Triangel QCR und den Bogen CM als

du point E et que le tableau soit perpendiculaire à la ligne tirée de l'œil en E. On sait que de cette manière les arcs EC et EA sont représentés par des lignes droites dont la longueur est égale aux tangentes de la moitié de ces arcs, que l'angle E reste, et que AC est représenté par un arc de cercle qui coupe les lignes EC et EA sous les angles A et C.

§. 23.

On fait donc l'angle

$$AEC = k$$

$$EC = \tan \frac{1}{2} a$$

$$EQ = \cot a$$

$$CQR = 90^\circ$$

$$QCR = 90^\circ - e$$

à partir de R, en décrivant l'arc CAM on obtient l'angle

$$ACE = e$$

$$MAE = c$$

et EAR est égal à la déclinaison du Soleil.

§. 24.

Maintenant, soit

$$QC = \cot a + \tan \frac{1}{2} a = \operatorname{cosec} a$$

par conséquent

$$QE : QC = \cot a : \operatorname{cosec} a = \cos a$$

Ainsi, si l'on considère QC, et donc le triangle entier QCR et l'arc CM, comme constants et si

334 X. Anmerkungen und Zusätze

beständig an, und betrachtet QC als einen Halbmesser, so ist QE der Cosinus des Azimuth, und auf diese Art können die Azimuthe auf die Linie QC getragen werden. Da der Winkel $AEC = k$ dem Abstand der Sonne vom Scheitelpunct gleich ist, so bleibt QC in allen Fällen vertical, und AE ist immer nach der Sonne gerichtet, und schneidet auf EC die Grade des Azimuth ab. Macht man demnach in R ein bewegliches Lineal AR, und auf denselben in A ein ander bewegliches Lineal AE mit Diogtern an, so muß der Winkel EAR immer der Declination der Sonne gleich gemacht, und so befestigt werden. Sodann dreht man den ganzen Winkel oder die beyden Lineale EAR bis AE gegen die Sonne gerichtet ist, so wird AE das Azimuth in E auf der Scale CQ abschneiden.

§. 25.

Nach dieser Anleitung läßt sich das Instrument aus zween Sectoren so verfertigen, wie Fig. VII. es die 7te Figur vorstellt. Der erste Sector NRCM hat einen Bogen NMC, welcher doppelt so groß als die Höhe des Aequators ist. Die Chorde dieses Bogens NQC wird als ein Diameter angesehen, und die Sinus versus jeder Graden aus C gegen N getragen, und die Grade dazu hingezeichnet, welche sodann jede Azimuthe, von Mittag an gerechnet, vorstellen. Der andere Sector RDAF hat einen

beständig an, und betrachtet QC als einen Halbmesser, so ist QE der Cosinus des Azimuth, und auf diese Art können die Azimuthe auf die Linie QC getragen werden. Da der Winkel $AEC = k$ dem Abstand der Sonne vom Scheitelpunct gleich ist, so bleibt QC in allen Fällen vertical, und AE ist immer nach der Sonne gerichtet, und schneidet auf EC die Grade des Azimuth ab. Macht man demnach in R ein bewegliches Lineal AR, und auf denselben in A ein ander bewegliches Lineal AE mit Diogtern an, so muß der Winkel EAR immer der Declination der Sonne gleich gemacht, und so befestigt werden. Sodann dreht man den ganzen Winkel oder die beyden Lineale EAR bis AE gegen die Sonne gerichtet ist, so wird AE das Azimuth in E auf der Scale CQ abschneiden.

§. 25.

Nach dieser Anleitung läßt sich das Instrument aus zween Sectoren so verfertigen, wie es die 7te Figur vorstellt. Der erste Sector NRCM hat einen Bogen NMC, welcher doppelt so groß als die Höhe des Aequators ist. Die Chorde dieses Bogens NQC wird als ein Diameter angesehen, und die Sinus versus jeder Graden aus C gegen N getragen, und die Grade dazu hingezeichnet, welche sodann jede Azimuthe, von Mittag an gerechnet, vorstellen. Der andere Sector RDAF hat einen

l'on considère QC comme un rayon, alors QE est le cosinus de l'azimut, et de cette manière les azimuts peuvent être portés sur la ligne QC. Comme l'angle $AEC = k$ est égal à la distance du Soleil au zenith, si QC reste vertical dans tous les cas, et AE est toujours dirigé vers le Soleil, alors AE coupe QC sur les degrés de l'azimut. Si l'on place en R une règle mobile AR, et sur celle-ci en A une autre règle mobile AE avec des graduations, l'angle EAR étant égal à la déclinaison du Soleil et bloqué de cette façon. Ensuite, on tourne tout l'ensemble des deux règles EAR jusqu'à ce que AE soit dirigé vers le Soleil, et AE coupera l'azimut en E sur l'échelle CQ.

§. 25.

D'après ces instructions, l'instrument peut être fabriqué à partir de deux secteurs comme le montre la figure 7. Le premier secteur NRCM a un arc NMC qui est deux fois plus grand que la hauteur de l'équateur. La corde de cet arc NQC est considérée comme un diamètre, et les sinus verses de chaque degré sont gradués de C vers N et les degrés y sont indiqué, lesquels représentent alors chaque azimut à partir du sud. L'autre secteur RDAF a un arc qui est deux fois plus grand que

Bogen, der doppelt so groß als die Obliquität der Ecliptic ist. Die Linie AR theilt denselben in zween gleiche Theile, und ist von gleicher Länge wie der Halbmesser des ersten Sectors. A ist der Mittelpunkt, aus welchem die Bögen DF beschrieben, und auf welche die Grade der Declination aufgetragen werden. Dieser zweyte Sector dreht sich in R um das Centrum des erstern, hingegen wird in seinem Centro A das Lineal AB angemacht, und mit Dioptern versehen, welche mit der Linie AB parallel sind.

§. 26.

Solte nun damit das Azimuth der Sonne gefunden werden, so wird das Instrument in die Verticalfläche der Sonne gestellt, so, daß die Chorde NC vertical stehe. Das Lineal AB wird in B auf den Grad der Ecliptic gedreht, in welchem die Sonne ist. Sodann dreht man den Sector ADRF bis die Dioptern gegen die Sonne gerichtet sind, so wird die Schärfe des Lineals AB auf der Chorde NQC das Azimuth der Sonne abschneiden, die Höhe der Sonne selbst aber wird MRA + BAR seyn.

§. 27.

Man thut hiebey wohl, wenn man den Sector DAFR etwas grösser als 47 Grad macht, damit, wenn das Lineal AB auf 0° liegt,

Bogen, der doppelt so groß als die Obliquität der Ecliptic ist. Die Linie AR theilt denselben in zween gleiche Theile, und ist von gleicher Länge wie der Halbmesser des ersten Sectors. A ist der Mittelpunkt, aus welchem die Bögen DF beschrieben, und auf welche die Grade der Declination aufgetragen werden. Dieser zweyte Sector dreht sich in R um das Centrum des erstern, hingegen wird in seinem Centro A das Lineal AB angemacht, und mit Dioptern versehen, welche mit der Linie AB parallel sind.

§. 26.

Solte nun damit das Azimuth der Sonne gefunden werden, so wird das Instrument in die Verticalfläche der Sonne gestellt, so, daß die Chorde NC vertical stehe. Das Lineal AB wird in B auf den Grad der Ecliptic gedreht, in welchem die Sonne ist. Sodann dreht man den Sector ADRF bis die Dioptern gegen die Sonne gerichtet sind, so wird die Schärfe des Lineals AB auf der Chorde NQD das Azimuth der Sonne abschneiden, die Höhe der Sonne selbst aber wird MRA + BAR seyn.

§. 27.

Man thut hiebey wohl, wenn man den Sector DAFR etwas grösser als 47 Grad macht, damit, wenn das Lineal AB auf 0°

l'obliquité de l'écliptique. La ligne AR le divise en deux parties égales et a la même longueur que le rayon du premier secteur. A est le point central à partir duquel les arcs DF sont décrits, et sur lequel sont portés les degrés de déclinaison. Ce deuxième secteur tourne en R autour du centre du premier, mais la règle AB est placée dans son centre A et munie de pinnules parallèles à la ligne AB.

§. 26.

Si l'on veut trouver l'azimut du Soleil, on place l'instrument dans le plan vertical du Soleil, de manière à ce que la corde NC soit verticale. La règle AB est tournée en B sur le degré de l'écliptique où se trouve le Soleil. Ensuite on tourne le secteur ADRF jusqu'à ce que les pinnules soient dirigés vers le Soleil, alors le tranchant de la règle AB coupera la corde NQD sur l'azimut du Soleil, par ailleurs la hauteur du Soleil lui-même sera MRA + BAR.

§. 27.

Il est bon de faire le secteur DAFR un peu plus grand que 47 degrés afin que, lorsque la règle AB est à 0° du ☉, elle ne colle pas au bras AD de

336 X. Anmerkungen und Zusätze

liegt, es sich nicht an dem Arm AD so anschliesse, daß der Grad des Azimuth auf NQC, den es anzeigen solle, ganz bedeckt werde. Aus gleichem Grunde ist es gut, wenn man das Gewinde A nicht sehr groß macht, damit es, wenn A nahe an C kömmt, die Grade auf CQ nicht bedecke. Uebrigens da dieses nur um die Mittagszeit geschieht, wo ohnehin das Azimuth nicht sehr genau durch die Sonnenhöhe bestimmt werden kann, so hat es auch nichts auf sich, wenn gleich die 20 oder 30 erste Grade bedeckt werden, da es an sich rathsamer ist, daß man sie nie gebrauchte, daß will sagen, das Azimuth Morgens früher, Nachmittags später zu bestimmen suche. Da endlich das Gewind A nie höher gegen R hinauf zu stehen kömmt, als bis dahin, wo der Arm AD horizontal liegt, so kann man von dem Sector CMNR den Theil, der noch höher ist, weglassen, und so wird er von nicht mehreren Graden seyn, als die größte Sonnenhöhe; dabey aber bleibt die Chorde und ihre Eintheilung und Lage eben so, als wenn man den Sector ganz beybehielte. Es ist fast unnöthig zu erinnern, daß man an dem Gewinde A einen Stift befestigen kann, welcher auf einem um NMC herum beschriebenen concentrischen Bogen, Grade anzeige. Diese mögen dienen, den Sector ADRF, nach geschעהner Observation, um so viel hinauf zu drehen, als die Refraction beträgt, wenn das Instrument

groß

liegt, es sich nicht an dem Arm AD so anschliesse, daß der Grad des Azimuth auf NQC, den es anzeigen solle, ganz bedeckt werde. Aus gleichem Grunde ist es gut, wenn man das Gewinde A nicht sehr groß macht, damit es, wenn A nahe an C kömmt, die Grade auf CQ nicht bedecke. Uebrigens da dieses nur um die Mittagszeit geschieht, wo ohnehin das Azimuth nicht sehr genau durch die Sonnenhöhe bestimmt werden kann, so hat es auch nichts auf sich, wenn gleich die 20 oder 30 erste Grade bedeckt werden, da es an sich rathsamer ist, daß man sie nie gebrauchte, daß will sagen, das Azimuth Morgens früher, Nachmittags später zu bestimmen suche. Da endlich das Gewind A nie höher gegen R hinauf zu stehen kömmt, als bis dahin, wo der Arm AD horizontal liegt, so kann man von dem Sector CMNR den Theil, der noch höher ist, weglassen, und so wird er von nicht mehreren Graden seyn, als die größte Sonnenhöhe; dabey aber bleibt die Chorde und ihre Eintheilung und Lage eben so, als wenn man den Sector ganz beybehielte. Es ist fast unnöthig zu erinnern, daß man an dem Gewinde A einen Stift befestigen kann, welcher auf einem um NMC herum beschriebenen concentrischen Bogen, Grade anzeige. Diese mögen dienen, den Sector ADRF, nach geschעהner Observation, um so viel hinauf zu drehen, als die Refraction beträgt, wenn das Instrument

manière à ne pas recouvrir le degré d'azimut qu'elle doit indiquer sur NQC. Pour la même raison, il est bon que l'articulation A ne soit pas trop grande afin que, lorsque A s'approche de C, elle ne recouvre pas les degrés sur CQ. D'ailleurs, comme cela ne se fait qu'à midi, où de toute façon l'azimut ne peut pas être déterminé très exactement par la hauteur du Soleil, il n'y a pas non plus d'inconvénient à ce que les 20 ou 30 premiers degrés soient recouverts puisqu'il est plus prudent, en soi, de ne jamais les utiliser, c'est-à-dire de chercher à relever l'azimut plus tôt le matin et plus tard l'après-midi. Enfin, comme l'articulation A ne peut jamais monter plus haut, vers R, que l'endroit où le bras AD est horizontal, on peut omettre la partie du secteur CMNR qui est encore plus élevée, et ainsi il n'y aura pas plus de degrés que le plus grand azimut du Soleil; mais la corde, sa division et sa position resteront les mêmes que si on avait conservé le secteur entier. Il est presque inutile de rappeler qu'on peut fixer en A un index qui indique des degrés sur un arc concentrique décrit autour du NMC. Ceux-ci peuvent servir, après l'observation, à tourner le secteur ADRF d'autant plus haut que la réfraction est grande, si l'instrument est assez grand pour

groß genug ist, daß man bey kleinern Sonnenhöhen derselben, darauf Rechnung tragen kann.

III. Sector, um aus der Sonnenhöhe die Zeit zu bestimmen.

§. 28.

Das erst beschriebene Azimuthalinstrument hat nun den vorhin (§. 21.) verlangten Vortheil der einfachen und bloß linearen Scalen, und ist überdies sehr leicht und ohne weitläufige Vorbereitung zu gebrauchen. Ueberdies kommt der Umstand dabey vor, daß die Ungleichheit der Grade auf der Chorde NQC gleichsam der Maaßstab von der Zuverlässigkeit der Observation angiebt, weil diese nur so weit geht, als die Theile, welche sich in jedem Fall auf NC noch unterscheiden lassen. Ich habe daher gesucht, ob diese Vortheile auch bey einem Sector erhalten werden könnten, welcher anstatt des Azimuth die Stunden angeben würde.

§. 29.

Zu diesem Ende kehrte ich zu dem Triangel Fig. II. ECA zurücke (§. 22.) wobey nunmehr

$$ECA = e$$

$$CEA = k$$

$$CAM = c$$

$$AC = SPZ = \omega$$

groß genug ist, daß man bey kleinern Sonnenhöhen derselben, darauf Rechnung tragen kann.

III. Sector, um aus der Sonnenhöhe die Zeit zu bestimmen.

§. 28.

Das erst beschriebene Azimuthalinstrument hat nun den vorhin (§. 21.) verlangten Vortheil der einfachen und bloß linearen Scalen, und ist überdies sehr leicht und ohne weitläufige Vorbereitung zu gebrauchen. Ueberdies kommt dez Umstand dabey vor, daß die Ungleichheit der Grade auf der Chorde NQC gleichsam der Maaßstab von der Zuverlässigkeit der Observation angiebt, weil diese nur so weit geht, als die Theile, welche sich in jedem Fall auf NC noch unterscheiden lassen. Ich habe daher gesucht, ob diese Vortheile auch bey einem Sector erhalten werden könnten, welcher anstatt des Azimuth die Stunden angeben würde.

§. 29.

Zu diesem Ende kehrte ich zu dem Triangel ECA zurücke (§. 22.) wobey nunmehr

$$ECA = e$$

$$CEA = k$$

$$CAM = c$$

$$AC = SPZ = \omega$$

qu'on puisse en tenir compte lors des petites hauteurs de Soleil.

III. Secteur, pour déterminer l'heure à partir de la hauteur du Soleil.

§. 28.

L'instrument de mesure de l'azimut que nous venons de décrire a l'avantage de la simplicité et de la linéarité des échelles, comme nous l'avons dit plus haut (§ 21) ; il est en outre très facile à utiliser et ne nécessite pas une longue préparation. De plus, il se trouve que l'inégalité des degrés sur la corde NQC indique en quelque sorte la fiabilité de l'observation, car celle-ci ne va pas plus loin que les parties qui peuvent encore être distinguées dans chaque cas sur NC. J'ai donc cherché si ces avantages pouvaient aussi être conservés pour un secteur qui indiquerait les heures au lieu de l'azimut.

§. 29.

À cette fin, je suis retourné au triangle ECA (§. 22.) où maintenant

$$ECA = e$$

$$CEA = k$$

$$CAM = c$$

$$AC = SPZ = \omega$$

338 X. Anmerkungen und Zusätze

Fig. VIII. zu betrachten vorkömmt. Diesen projecirte ich so, daß das Aug im Nadir des Eckes A und die Tafel auf der aus dem Auge durch A gehenden Linien senkrecht war. Es sey demnach

$$\begin{aligned} MAC &= c \\ AC &= \text{tang. } \frac{1}{2} \omega \\ AQ &= \cot \omega \\ AQR &= 90^\circ \text{ Grad} \\ RCQ &= 90^\circ - e \end{aligned}$$

so wird, wenn man aus R den Bogen CN beschreibt, der Winkel

$$\begin{aligned} ECA &= e \\ AEC &= k \end{aligned}$$

demnach A E R die Höhe der Sonne seyn. Zieht man ferner RM auf EAM, und KR auf R Q senkrecht, so ist

$$KRM = 90^\circ - MAC = 90^\circ - c$$

folglich K R M der Declination der Sonne gleich, und

$$MRE = 90^\circ - MER = k$$

demnach wenn RM vertical ist, so ist RE gegen die Sonne gerichtet, weil MRE ihrem Abstand vom Scheitelpunct gleich ist. Endlich haben wir

$$QC = \text{tang } \frac{1}{2} \omega + \cot \omega = \text{cosec } \omega$$

$$QA : QC = \cot \omega : \text{cosec } \omega = \cos \omega$$

Wird daher C Q und damit der ganze Triangel CRQ und der Bogen CN als beständig genommen, und C Q als ein Halbmesser angesehen, so ist A Q der Cosinus des Stunden-

bogens

zu betrachten vorkömmt. Diesen projecirte ich so, daß das Aug im Nadir des Eckes A und die Tafel auf der aus dem Auge durch A gehenden Linien senkrecht war. Es sey demnach

$$\begin{aligned} MAC &= c \\ AC &= \text{tang } \frac{1}{2} \omega \\ AQ &= \cot \omega \\ AQR &= 90^\circ \text{ Grad} \\ RCQ &= 90^\circ - e \end{aligned}$$

so wird, wenn man aus R den Bogen CN beschreibt, der Winkel

$$\begin{aligned} ECA &= e \\ AEC &= k \end{aligned}$$

demnach AER die Höhe der Sonne seyn. Zieht man ferner RM auf EAM, und KR auf RQ senkrecht, so ist

$$KRM = 90^\circ - MAC = 90^\circ - c$$

folglich K R M der Declination der Sonne gleich, und

$$MRE = 90^\circ - MER = k$$

demnach wenn RM vertical ist, so ist RE gegen die Sonne gerichtet, weil MRE ihrem Abstand vom Scheitelpunct gleich ist. Endlich haben wir

$$QC = \text{tang } \frac{1}{2} \omega + \cot \omega = \text{cosec } \omega$$

$$QA : QC = \cot \omega : \text{cosec } \omega = \cos \omega$$

Wird daher C Q und damit der ganze Triangel CRQ und der Bogen CN als beständig genommen, und C Q als ein Halbmesser angesehen, so ist A Q der Cosinus des Stundenbogens

sont à considérer. Je l'ai projeté de manière à ce que l'œil soit sur la sphère à l'opposé de l'angle A et que le tableau soit perpendiculaire à la ligne qui sort de l'œil et qui passe par A. On a donc

$$\begin{aligned} MAC &= c \\ AC &= \tan \frac{1}{2} \omega \\ AQ &= \cot \omega \\ AQR &= 90^\circ \\ RCQ &= 90^\circ - e \end{aligned}$$

ainsi, si l'on décrit l'arc CN à partir de R, l'angle

$$\begin{aligned} ECA &= e \\ AEC &= k \end{aligned}$$

par conséquent, AER est la hauteur du Soleil. De plus, si l'on tire perpendiculairement RM sur EAM et KR sur RQ, alors

$$KRM = 90^\circ - MAC = 90^\circ - c$$

par suite, KRM est égal à la déclinaison du Soleil, et

$$MRE = 90^\circ - MER = k$$

par conséquent, si RM est vertical, RE est dirigé vers le Soleil, car MRE est égal à sa distance au zenith. Enfin, nous avons

$$QC = \tan \frac{1}{2} \omega + \cot \omega = \text{cosec } \omega$$

$$QA : QC = \cot \omega : \text{cosec } \omega = \cos \omega$$

Si donc C Q, et avec lui tout le triangle CRQ et l'arc CN, est pris pour constant, et que C Q est considéré comme un rayon, A Q est le cosinus de

bogens ω , und auf diese Art lassen sich auf QC die Stunden zeichnen, wenn man sie dahin zeichnet, wo die Cosinus ihrer Bögen hintreffen.

§. 30.

Will man demnach aus dieser Figur ein Instrument machen, so muß

KRM die Declination der Sonne

RM vertical

ER gegen die Sonne gerichtet

EA horizontal

seyn. Dieses kann nun auf folgende Art erhalten werden.

§. 31.

In dem Sector HCLNR wird der Bogen $CL=LN$ der Höhe des Aequators gleich gemacht, die Chorde CQN gezogen, und indem man sie als einen Diameter ansieht, so trägt man die Sinus versus der Stundenbögen aus C gegen N darauf, um die Stunden und Minuten darauf zu verzeichnen. Von L in K zählt man 90 Grade, und trägt aus K vor- und rückwärts die Declination jeder Grade der Ecliptic, um die Zeichen des Thierkreises darauf zu zeichnen. In dem Centro R wird ein bewegliches Lineal RA angemacht und mit Dioptern versehen. In E aber wird ein Winkelhacken ABD angehenkt, so, daß durch die Schwere des Gewichtes D die Schärfe des Lineals AB allemal in eine horizontale Lage

ω , und auf diese Art lassen sich auf QC die Stunden zeichnen, wenn man sie dahin zeichnet, wo die Cosinus ihrer Bögen hintreffen.

§. 30.

Will man demnach aus dieser Figur ein Instrument machen, so muß

KRM die Declination der Sonne

RM vertical

ER gegen die Sonne gerichtet

EA horizontal

seyn. Dieses kann nun auf folgende Art erhalten werden.

§. 31.

An dem Sector HCLNR wird der Bogen $CL=LN$ der Höhe des Aequators gleich gemacht, die Chorde CQN gezogen, und indem man sie als einen Diameter ansieht, so trägt man die Sinus versus der Stundenbögen aus C gegen N darauf, um die Stunden und Minuten darauf zu verzeichnen. Von L in K zählt man 90 Grade, und trägt aus K vor- und rückwärts die Declination jeder Grade der Ecliptic, um die Zeichen des Thierkreises darauf zu zeichnen. In dem Centro R wird ein bewegliches Lineal RE angemacht und mit Dioptern versehen. In E aber wird ein Winkelhacken ABD angehenkt, so, daß durch die Schwere des Gewichtes D die Schärfe des Lineals AB allemal in eine horizontale Lage

l'angle horaire ω , et c'est de cette manière que l'on peut tracer les heures sur QC, en les indiquant là où se trouvent les cosinus de leurs angles.

§. 30.

Si l'on veut donc faire de cette figure un instrument, il faut donc avoir

KRM la déclinaison du Soleil

RM vertical

ER orienté vers le Soleil

EA horizontal

Ceci peut maintenant être obtenu de la manière suivante.

§. 31.

Sur le secteur HCLNR, l'arc $CL=LN$ est égal à la hauteur de l'équateur, la corde CQN est tirée et, en la considérant comme un diamètre, on y porte les sinus verses des angles horaires de C vers N pour y indiquer les heures et les minutes. De L en K, on compte 90 degrés, et on porte de K, en avant et en arrière, la déclinaison de chaque degré de l'écliptique, pour y indique les signes du zodiaque. Dans le centre R, on place une règle mobile RE et on la munit de pinnules. En E, on attache un crochet angulaire ABD, de telle sorte que le poids D place toujours le tranchant de la

340 X. Anmerkungen und Zusätze

komme. Endlich hängt aus R der Faden RM mit dem Gewichte M herunter.

§. 32.

Soll nun die Stunde gefunden werden, so wird der Sector in die Verticalfläche der Sonne gestellt, so, daß der Faden R M auf den Ort der Sonne falle. Sodann richtet man die Dioptern EN gegen den Mittelpunct der Sonne, und läßt den Winkelhacken ADB frey hangen und sich in Ruhe setzen. Dieser wird sodann in A die Stunde und Minute anzeigen.

§. 33.

Man kann diesen Sector mit Wegschaffung des rechten Winkels KRL folgendermassen abändern und geschmeidiger machen. Der Bogen NC bleibt wie vorhin der doppelten Höhe des Aequators gleich, und die Chorde NQC wie eben so, in Stunden getheilt. Hingegen werden die Grade der Declination aus L vor- und rückwärts getragen. An dem Lineal RE läßt man aus E einen Faden EP mit dem Gewichte P herunter hangen, und die Dioptern FB werden in D rechtwinklicht an dem Lineal RED befestigt.

§. 34.

Um nun damit die Stunde zu finden, dreht man das Lineal R E D auf das Zeichen und Grad der Ecliptic, in welchem die Sonne ist,

komme. Endlich hängt aus R der Faden RM mit dem Gewichte M herunter.

§. 32.

Soll nun die Stunde gefunden werden, so wird der Sector in die Verticalfläche der Sonne gestellt, so, daß der Faden RM auf den Ort der Sonne falle. Sodann richtet man die Dioptern ER gegen den Mittelpunct der Sonne, und läßt den Winkelhacken ADB frey hangen und sich in Ruhe setzen. Dieser wird sodann in A die Stunde und Minute anzeigen.

§. 33.

Man kann diesen Sector mit Wegschaffung des rechten Winkels KRL folgendermassen abändern und geschmeidiger machen. Der Bogen NC bleibt wie vorhin der doppelten Höhe des Aequators gleich, und die Chorde NQC wie eben so, in Stunden getheilt. Hingegen werden die Grade der Declination aus L vor- und rückwärts getragen. An dem Lineal RE läßt man aus E einen Faden EP mit dem Gewichte P herunter hangen, und die Dioptern FB werden in D rechtwinklicht an dem Lineal RED befestigt.

§. 34.

Um nun damit die Stunde zu finden, dreht man das Lineal RED auf das Zeichen und Grad der Ecliptic, in welchem die Sonne ist,

règle AB en position horizontale. Enfin, le fil RM, avec le poids M, pend de R.

§. 32.

Pour trouver l'heure, on place le secteur dans le plan vertical du Soleil, de manière à ce que le fil RM tombe sur le lieu du Soleil. Ensuite, on dirige les pinnules ER vers le point central du Soleil et on laisse le crochet angulaire ADB pendre librement et se reposer. Celui-ci indiquera alors en A l'heure et la minute.

§. 33.

On peut modifier et assouplir ce secteur en supprimant l'angle droit KRL de la manière suivante. L'arc NC reste égal à deux fois la hauteur de l'équateur, et la corde NQC est graduée en heures comme précédemment. Par contre, les degrés de déclinaison sont portés en avant et en arrière de L. On laisse pendre de E en passant sur la règle RE un fil EP avec un poids P, et les pinnules FB sont fixés en D à angle droit de la règle RED.

§. 34.

Pour trouver l'heure, on tourne la règle RED sur le signe et le degré de l'écliptique où se trouve le

und wendet sodann den ganzen Sector so, daß das Lineal eine verticale Lage bekomme, oder der Faden EP auf ER treffe, oder, welches einerley ist, der Ort der Sonne in M vertical über R sey. Sodann dreht man das Lineal, um die Dioptern BF gegen die Sonne zu richten, und läßt den Faden frey hangen und sich in Ruhe setzen, so wird derselbe in A die Stunde und Minuten weisen, die zu finden war.

IV. Methode diese Sectoren für jede Polhöhe universal zu machen.

§. 35.

Die erst beschriebene Sectoren, wodurch vermittelt der Höhe der Sonne sowohl das Azimuth als die Zeit gefunden wird, haben ausser der einfachen und blos linearen Scale noch den Vortheil, daß sie fast, ohne weitere Zubereitung, für jede Polhöhen allgemein gemacht werden können. Die Möglichkeit dieses beträchtlichen Vortheils rührt daher, daß die Eintheilung der Scale CN für jede Polhöhen einerley ist, und daß sich schlechthin nur der Winkel QRC ändert, als welcher allemal der Höhe des Aequators gleich gemacht werden muß. Setzt man demnach QCN beständig, so wird QR desto länger, je grösser die Tangente der Polhöhe QCR ist, und aus gleichem Grunde verlängert sich CR = ER in Ver-

V 3

hältniß

und wendet sodann den ganzen Sector so, daß das Lineal eine verticale Lage bekomme, oder der Faden EP auf ER treffe, oder, welches einerley ist, der Ort der Sonne in M vertical über R sey. Sodann dreht man das Lineal, um die Dioptern BF gegen die Sonne zu richten, und läßt den Faden frey hangen und sich in Ruhe setzen, so wird derselbe in A die Stunde und Minuten weisen, die zu finden war.

IV. Methode diese Sectoren für jede Polhöhe universal zu machen.

§. 35.

Die erst beschriebene Sectoren, wodurch vermittelt der Höhe der Sonne sowohl das Azimuth als die Zeit gefunden wird, haben ausser der einfachen und blos linearen Scale noch den Vortheil, daß sie fast, ohne weitere Zubereitung, für jede Polhöhen allgemein gemacht werden können. Die Möglichkeit dieses beträchtlichen Vortheils rührt daher, daß die Eintheilung der Scale CN für jede Polhöhen einerley ist, und daß sich schlechthin nur der Winkel QRC ändert, als welcher allemal der Höhe des Aequators gleich gemacht werden muß. Setzt man demnach QCN beständig, so wird QR desto länger, je grösser die Tangente der Polhöhe QCR ist, und aus gleichem Grunde verlängert sich CR = ER in Verhältniß

Soleil, puis on tourne tout le secteur de manière à ce que la règle prenne une position verticale, ou que le fil EP rencontre ER, ou encore, ce qui est identique, que le lieu du Soleil soit en M à la verticale au-dessus de R. Ensuite, on tourne la règle pour diriger les pinnules BF vers le Soleil et on laisse le fil pendre librement et se reposer, et il indiquera en A l'heure et les minutes qu'il faut trouver.

IV. Méthode pour rendre ces secteurs universels pour chaque hauteur du pôle.

§. 35.

Les secteurs que nous venons de décrire, par lesquels on trouve l'azimut et l'heure au moyen de la hauteur du Soleil, ont encore l'avantage, en dehors d'une l'échelle simple et linéaire, de pouvoir être rendus généraux, presque sans autre préparation, pour chaque hauteur du pôle. La possibilité de cet avantage considérable provient du fait que la division de l'échelle CN est la même pour chaque hauteur du pôle, et que seul l'angle QRC change, puisqu'il doit toujours être égal à la hauteur de l'équateur. Si l'on prend CQN constant, alors QR devient d'autant plus long que la tangente à la hauteur du pôle QCR est plus grande, et pour la même raison CR = ER s'allonge

342 X. Anmerkungen und Zusätze

Verhältniß der Secante der Polhöhe. Dieses fordert demnach, daß man auf der Linie RQ noch ein Lineal befestige, und auf demselben die Tangente der Polhöhe aus R gegen Q trage, damit man die Scale CN, welche nunmehr beweglich gemacht werden muß, auf die Polhöhe schieben und befestigen könne. Eben so müssen auch die Secanten der Polhöhe auf dem Lineale RE aufgetragen werden, um den Faden EP jedesmal da anzuhängen, wo die Polhöhe gezeichnet steht. Beyden Linealen RQ, RE giebt man die Länge, welche die größte Polhöhe erfordert, wo man zu observiren gedenkt; und anstatt dem Instrumente die Figur eines Sectors zu geben, kann man es in ein Rectangel verwandeln, dessen Breite = CN, die Länge aber der Secante der größten Polhöhe gleich ist, für welche man es zu gebrauchen gedenkt.

§. 36.

Auf diese Art verwandelt wird nun das Instrument in der 11. Figur vorgestellt, wie es vom Aequator bis unter dem Polarcircul gebraucht werden kann. Die Stundenleiter NC läßt sich an den beyden Rahmen HN, GC schieben und bey jeder Polhöhe befestigen. Auf NC sind die Stunden nach den Sinus versus der Stundenbögen, auf HN und GC die Tangenten der Polhöhen, und auf RED ihre Secanten aufgetragen. Auf dem Bogen M
finden

der Secante der Polhöhe. Dieses fordert demnach, daß man auf der Linie RQ noch ein Lineal befestige, und auf demselben die Tangente der Polhöhe aus R gegen Q trage, damit man die Scale CN, welche nunmehr beweglich gemacht werden muß, auf die Polhöhe schieben und befestigen könne. Eben so müssen auch die Secanten der Polhöhe auf dem Lineale RE aufgetragen werden, um den Faden EP jedesmal da anzuhängen, wo die Polhöhe gezeichnet steht. Beyden Linealen RQ, RE giebt man die Länge, welche die größte Polhöhe erfordert, wo man zu observiren gedenkt; und anstatt dem Instrumente die Figur eines Sectors zu geben, kann man es in ein Rectangel verwandeln, dessen Breite = CN, die Länge aber der Secante der größten Polhöhe gleich ist, für welche man es zu gebrauchen gedenkt.

§. 36.

Auf diese Art verwandelt wird nun das Instrument in der 11. Figur vorgestellt, wie es vom Aequator bis unter dem Polarcircul gebraucht werden kann. Die Stundenleiter NC läßt sich an den beyden Rahmen HN, GC schieben und bey jeder Polhöhe befestigen. Auf NC sind die Stunden nach den Sinus versus der Stundenbögen, auf HN und GC die Tangenten der Polhöhen, und auf RED ihre Secanten aufgetragen. Auf dem Bogen M

en proportion de la secante de la hauteur du pôle. Cela exige donc que l'on fixe encore une graduation sur la ligne RQ et que l'on porte sur celle-ci la tangente de la hauteur du pôle de R vers Q, afin que l'on puisse faire glisser et bloquer la règle CN, qui doit maintenant être rendue mobile en fonction de la hauteur du pôle. De même, il faut reporter sur la règle RE les sécantes de la hauteur du pôle, afin de suspendre le fil EP là où la hauteur du pôle est graduée. On donne aux deux règles RQ et RE la longueur qu'exige la plus grande hauteur du pôle où l'on veut operer; et au lieu de donner à l'instrument la figure d'un secteur, on peut le transformer en un rectangle, dont la largeur = CN, mais dont la longueur est égale à la sécante de la plus grande hauteur du pôle pour laquelle on veut l'utiliser.

§. 36.

Ainsi transformé, l'instrument est présenté à la figure 11, tel qu'il peut être utilisé de l'équateur jusqu'en dessous du cercle polaire. L'échelle des heures NC peut être glissée sur les deux montants du cadre HN, GC et bloquée sur la hauteur du pôle. Sur NC sont portées les heures selon les sinus verses des angles horaires, sur HN et GC les tangentes des hauteurs du pôle, et sur RED leurs sécantes. Sur l'arc M se trouvent les signes et les

finden sich die Zeichen und Grade des Thierkreises nach ihrer Declination. Die Dioptern FB sind ebenfalls auf DR rechtwinklicht. Wird nun NC auf die Polhöhe geschoben und befestigt, der Faden EP bey der Polhöhe E angeschraubt, der Ort der Sonne M vertical über R gestellt, und die Dioptern BF gegen die Sonne gerichtet, so schneidet der Faden in A die Stunde und Minuten ab. Die Verticallinie MR geht immer in K durch den Punct des Auf- und Unterganges der Sonne. KQ ist der Sinus der Ascensionaldifferenz, QA der Sinus des Stundenbogens, von 6 Uhr an gerechnet, $KRE = REA$ das Complement der Sonnenhöhe, $RKA = KAE$ das Complement der Declination, und

$$RE : KA = \sin RKA : \sin KRE.$$

§. 37.

Alles dieses geht nun bey dem vorhin (§. 25 seqq.) beschriebenen Azimuthalsector auch an, und die Verwandlung fällt so aus, wie es die 12te Figur vorstellt. Die Azimuthalscale NC, welche nach den Sinus versus des Azimuth eingetheilt ist, läßt sich an den beyden Rahmen HN, GC schieben, und bey der Polhöhe, die nach ihren Tangenten aufgetragen ist, befestigen. Auf dem andern Sector DAF, sind auf AR die Grade der Polhöhe nach ihren Secanten, und auf dem Bogen DF die Zeichen und Grade des Thierkreises nach

finden sich die Zeichen und Grade des Thierkreises nach ihrer Declination. Die Dioptern FB sind ebenfalls auf DR rechtwinklicht. Wird nun NC auf die Polhöhe geschoben und befestigt, der Faden EP bey der Polhöhe E angeschraubt, der Ort der Sonne M vertical über R gestellt, und die Dioptern BF gegen die Sonne gerichtet, so schneidet der Faden in A die Stunde und Minuten ab. Die Verticallinie MR geht immer in K durch den Punct des Auf- und Unterganges der Sonne. KQ ist der Sinus der Ascensionaldifferenz, QA der Sinus des Stundenbogens, von 6 Uhr an gerechnet, $KRE = REA$ die Sonnenhöhe, $RKA = KAE$ das Complement der Declination, und

$$RE : KA = \sin RKA : \sin KRE$$

§. 37.

Alles dieses geht nun bey dem vorhin (§. 25. seqq.) beschriebenen Azimuthalsector auch an, und die Verwandlung fällt so aus, wie es die 12te Figur vorstellt. Die Azimuthalscale NC, welche nach den Sinus versus des Azimuth eingetheilt ist, läßt sich an den beyden Rahmen HN, GC schieben, und bey der Polhöhe, die nach ihren Tangenten aufgetragen ist, befestigen. Auf dem andern Sector DAF, sind auf AR die Grade der Polhöhe nach ihren Secanten, und auf dem Bogen DF die Zeichen und Grade des Thierkreises

degrés du zodiaque selon leur déclinaison. Les pinnules FB sont également à angle droit sur DR. Si l'on place et bloque NC à la hauteur du pôle, qu'on suspende le fil EP à la hauteur du pôle E, qu'on place le lieu du Soleil M vertical au-dessus de R et qu'on dirige les pinnules BF vers le Soleil, le fil coupe en A les heures et les minutes. La ligne verticale MR passe toujours en K par l'heure de lever et de coucher du Soleil. KQ est le sinus de la différence ascensionnelle, QA le sinus de l'arc horaire compté à partir de 6 heures, $KRE = REA$ la hauteur du Soleil, $RKA = KAE$ le complément de la déclinaison, et

$$RE : KA = \sin RKA : \sin KRE$$

§. 37.

Tout cela se produit aussi dans le secteur d'azimut décrit plus haut (§ 25. et suivants), et la transformation se produit comme le montre la figure 12. L'échelle d'azimut NC, qui est divisé selon les sinus verses de l'azimut, peut être glissé sur les deux montant du cadre HN et GC, et bloqué à la hauteur du pôle, dont les degrés sont portés selon leur tangente. Sur l'autre secteur DAF, les degrés de la hauteur du pôle sont portés sur AR selon leur sécante, et sur l'arc DF les signes et les degrés du zodiaque selon leur

344 X. Anmerkungen und Zusätze

nach ihrer Declination aufgetragen. Die Polhöhe fällt in R, und der Sector läßt sich um diesen Punct drehen, so wie die Dioptern AB sich um sein Centrum A drehen läßt. NC oder H G wird immer vertical gestellt, und AB in B auf den Ort der Sonne gelegt, sodann der ganze Sector DAF so gedreht, daß AB gegen die Sonne gerichtet sey; und so wird die Schärfe AB auf NC den Grad des Azimuth, von Mittag an gerechnet, abschneiden.

§. 38.

Die Genauigkeit dieser Instrumente hängt fürnehmlich von der Länge der Scale NC ab, weil sich auf derselben desto kleinere Theile noch unterscheiden lassen, je länger sie gemacht wird. Ist diese Länge von einem Fuß, oder 1440 Decimaltheile von Linien, so wird in Q eine Minute Zeit noch die Grösse von drey solcher Decimaltheile haben, oder beynahe $\frac{1}{3}$ Linie groß seyn. Von Q gegen C und N werden sie immer kleiner. Es ist dieses aber kein Fehler des Instruments, weil sich die Zeit aus der Sonnenhöhe desto minder genau finden läßt, je näher die Sonne bey dem Mittage ist. Man sehe

Fig. II.

$$PZ = e$$

$$ZS = k$$

$$PS = c$$

$$ZPS = \omega$$

so haben wir die Gleichung

$$\cos k = \cos e \cdot \cos c + \sin e \cdot \sin c \cdot \cos \omega$$

Wird

nach ihrer Declination aufgetragen. Die Polhöhe fällt in R, und der Sector läßt sich um diesen Punct drehen, so wie die Dioptern AB sich um sein Centrum A drehen läßt. NC oder HG wird immer vertical gestellt, und AB in B auf den Ort der Sonne gelegt, sodann der ganze Sector DAF so gedreht, daß AB gegen die Sonne gerichtet sey; und so wird die Schärfe AB auf NC den Grad des Azimuth, von Mittag an gerechnet, abschneiden.

§. 38.

Die Genauigkeit dieser Instrumente hängt fürnehmlich von der Länge der Scale NC ab, weil sich auf derselben desto kleinere Theile noch unterscheiden lassen, je länger sie gemacht wird. Ist diese Länge von einem Fuß, oder 1440 Decimaltheile von Linien, so wird in Q eine Minute Zeit noch die Grösse von drey solcher Decimaltheile haben, oder beynahe $\frac{1}{3}$ Linie groß seyn. Von Q gegen C und N werden sie immer kleiner. Es ist dieses aber kein Fehler des Instruments, weil sich die Zeit aus der Sonnenhöhe desto minder genau finden läßt, je näher die Sonne bey dem Mittage ist. Man sehe

$$PZ = e$$

$$ZS = k$$

$$PS = c$$

$$ZPS = \omega$$

so haben wir die Gleichung

$$\cos k = \cos e \cdot \cos c + \sin e \cdot \sin c \cdot \cos \omega$$

déclinaison. La hauteur du pôle se situe en R, et le secteur peut être tourné autour de ce point, comme les pinnules AB peuvent être tournées autour de son centre A. NC ou HG est toujours placé à la verticale et AB sur le lieu du Soleil en B, puis tout le secteur DAF est tourné de telle sorte que AB soit dirigé vers le Soleil; et ainsi le tranchant AB coupera, sur NC, le degré de l'azimut compté à partir du sud.

§. 38.

La précision de ces instruments dépend surtout de la longueur de l'échelle NC, parce que plus elle est longue, plus on peut distinguer de petites parties. Si cette longueur est d'un pied, ou de 1440 parties décimales de lignes, une minute de temps en Q aura la grandeur de trois de ces parties décimales, ou sera presque d'un tiers de ligne. De Q vers C et N, elles deviennent de plus en plus petites. Mais ce n'est pas un défaut de l'instrument, car plus le Soleil est proche de midi, moins l'heure est précise d'après la hauteur du Soleil. En posant

$$PZ = e$$

$$ZS = k$$

$$PS = c$$

$$ZPS = \omega$$

nous avons ainsi l'équation

$$\cos k = \cos e \cdot \cos c + \sin e \cdot \sin c \cdot \cos \omega$$

Wird nun e, c beständig angenommen, und k, ω differentiirt, so ist

$$\sin k \cdot dk = \sin e \cdot \sin c \cdot \sin \omega \cdot d\omega$$

folglich ist

$$d\omega = \frac{\sin k}{\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega} \cdot dk$$

der Fehler in der Zeit, wenn dk der Fehler in der Höhe der Sonne ist. Setzt man nun, Fig. X.

die Höhe der Sonne werde mit dem Sector NEC gemessen, und CR sey = 1, so ist auf der Stundenleiter NC ein kleiner Theil der Zeit z. E. eine Minute desto weniger zu erkennen,

1°. je kleiner QC = $\sin e$ ist,

2°. je schief der Faden EAP die Linie NC schneidet, folglich je kleiner $\sin EAQ = \sin c$ ist,

3. je mehr die Zeittheile in A kleiner sind als in Q, folglich je kleiner $\sin \omega$ ist.

Demnach wächst aus diesen Gründen die Schwürigkeit, einen kleinen Zeittheil auf NC zu erkennen, in zusammengesetzter Verhältniß von $\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega$. Dieses ist nun eben der Theiler der erstgefundenen Formel

$$d\omega = \frac{\sin k}{\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega} \cdot dk$$

Der Zähler ist

$$\sin k \cdot dk = -d \cos k = d \sin MRD$$

und giebt folglich an, um wie viel der Perpendicul EP von der Verticale MR weggerückt wird, wenn man mit dem Instrument statt

der

der

Wird nun e, c beständig angenommen, und k, ω differentiirt, so ist

$$\sin k \cdot dk = \sin e \cdot \sin c \cdot \sin \omega \cdot d\omega$$

folglich ist

$$d\omega = \frac{\sin k}{\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega} \cdot dk$$

der Fehler in der Zeit, wenn dk der Fehler in der Höhe der Sonne ist. Setzt man nun, die Höhe der Sonne werde mit dem Sector NEC gemessen, und CR sey = 1, so ist auf der Stundenleiter NC ein kleiner Theil der Zeit z. E. eine Minute desto weniger zu erkennen,

1°. je kleiner QC = $\sin e$ ist,

2°. je schief der Faden EAP die Linie NC schneidet, folglich je kleiner $\sin EAQ = \sin c$ ist,

3°. je mehr die Zeittheile in A kleiner sind als in Q, folglich je kleiner $\sin \omega$ ist.

Demnach wächst aus diesen Gründen die Schwürigkeit, einen kleinen Zeittheil auf NC zu erkennen, in zusammengesetzter Verhältniß von $\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega$. Dieses ist nun eben der Theiler der erstgefundenen Formel

$$d\omega = \frac{\sin k}{\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega} \cdot dk$$

Der Zähler ist

$$\sin k \cdot dk = -d \cos k = d \sin MRD$$

und giebt folglich an, um wie viel der Perpendicul EP von der Verticale MR weggerückt wird, wenn man mit dem Instrument statt

Si maintenant e, c sont supposés constants, et k, ω différenciés, alors

$$\sin k \cdot dk = \sin e \cdot \sin c \cdot \sin \omega \cdot d\omega$$

par conséquent, on a

$$d\omega = \frac{\sin k}{\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega} \cdot dk$$

qui est l'erreur sur le temps, si dk est l'erreur sur la hauteur du Soleil. Si l'on suppose que la hauteur du Soleil est mesurée avec le secteur NEC et que CR = 1, alors on peut apprécier sur l'échelle des heures NC une petite partie du temps, par exemple une minute, d'autant moins bien

1°. que QC = $\sin e$ est petit,

2°. que le fil EAP coupe obliquement la ligne NC, par conséquent que $\sin EAQ = \sin c$ est petit,

3°. que les parties du temps en A sont plus petites que celles en Q, par conséquent que $\sin \omega$ est petit.

Par conséquent, pour ces raisons, la difficulté d'apprécier une petite partie du temps sur NC croît dans la proportion composée de $\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega$. Or, c'est précisément une partie de la première formule trouvée

$$d\omega = \frac{\sin k}{\sin c \cdot \sin e \cdot \sin \omega} \cdot dk$$

Le numérateur est

$$\sin k \cdot dk = -d \cos k = d \sin MRD$$

et indique par conséquent de combien le fil lesté EP s'éloigne de la verticale MR si l'on prend avec l'instrument une hauteur de Soleil plus grande au

346 X. Anmerkungen und Zusätze

der wahren Sonnenhöhe eine grössere nimmt. Da die Möglichkeit diesen Fehler zu erkennen, mit dessen Grösse zunimmt, so nimmt die Schwürigkeit, denselben zu erkennen, in umgekehrter Verhältniß ab, und dieses macht, daß $f k . d k$ die übrige Factoren $f c . f e f \omega$ nicht multiplicirt, sondern dadurch getheilt wird. Da wir demnach die Formel

$$d \omega = \frac{f k . d k}{f c . f e . f \omega}$$

unmittelbar und ganz auf dem Instrumente finden, so ziehen wir die Folge daraus, daß es einerley ist, ob man die Zeit in A observirt, oder ob man die Höhe der Sonne mit dem Sector CNR nimmt und daraus die Zeit berechnet.

§. 39.

Man muß ferner bey diesen, und überhaupt bey allen gnomonischen Instrumenten, welche nach dem Ort der Sonne gerichtet werden müssen, diesen Ort genau wissen, und zwar nicht nur für die Mittagszeit, sondern für die Stunde der Observation. Da man nun diese Stunde erst durch das Instrument finden will, so kann man den Ort der Sonne anfangs so annehmen, wie derselbe für die Mittagszeit aus den Astronomischen Tafeln berechnet wird, und damit sehen, wie viel Uhr es seyn würde. Man sucht sodann den Ort der Sonne für diese Zeit, und stellt entweder die Observation aufs neue

an, der wahren Sonnenhöhe eine grössere nimmt. Da die Möglichkeit diesen Fehler zu erkennen, mit dessen Grösse zunimmt, so nimmt die Schwürigkeit, denselben zu erkennen, in umgekehrter Verhältniß ab, und dieses macht, daß $\sin k . dk$ die übrige Factoren $\sin c . \sin e . \sin \omega$ nicht multiplicirt, sondern dadurch getheilt wird. Da wir demnach die Formel

$$d \omega = \frac{\sin k . dk}{\sin c . \sin e . \sin \omega}$$

unmittelbar und ganz auf dem Instrumente finden, so ziehen wir die Folge daraus, daß es einerley ist, ob man die Zeit in A observirt, oder ob man die Höhe der Sonne mit dem Sector CNR nimmt und daraus die Zeit berechnet.

§. 39.

Man muß ferner bey diesen, und überhaupt bey allen gnomonischen Instrumenten, welche nach dem Ort der Sonne gerichtet werden müssen, diesen Ort genau wissen, und zwar nicht nur für die Mittagszeit, sondern für die Stunde der Observation. Da man nun diese Stunde erst durch das Instrument finden will, so kann man den Ort der Sonne anfangs so annehmen, wie derselbe für die Mittagszeit aus den Astronomischen Tafeln berechnet wird, und damit sehen, wie viel Uhr es seyn würde. Man sucht sodann den Ort der Sonne für diese Zeit, und stellt entweder die Observation aufs neue

an, lieu de la vraie. Comme la facilité d'apprécier cette erreur augmente avec la valeur de $\sin k . dk$, la difficulté de l'apprécier diminue en raison inverse, et cela fait que cette grandeur n'est pas multiplié par les autres facteurs $\sin c . \sin e . \sin \omega$, mais divisés par eux. Comme nous avons donc la formule

$$d \omega = \frac{\sin k . dk}{\sin c . \sin e . \sin \omega}$$

qui se trouve directement et entièrement sur l'instrument, nous en tirons la conséquence qu'il est indifférent que l'on observe le temps en A, ou que l'on prenne la hauteur du Soleil avec le secteur CNR et que l'on en calcule le temps.

§. 39.

Il faut en outre, pour ces instruments et pour tous les instruments gnomoniques qui doivent être réglés en fonction du lieu du Soleil [dans l'écliptique], connaître exactement ce lieu, et cela non seulement pour l'heure de midi, mais pour l'heure de l'observation. Comme on ne veut trouver cette heure que par l'instrument, on peut d'abord supposer le lieu du Soleil tel qu'il est calculé pour midi par les tables astronomiques, et mesurer ainsi l'heure qu'il est. On calcule ensuite le lieu du Soleil à cette heure [par interpolation

an, oder giebt auch nur den Instrument die Lage, die es würde gehabt haben, wenn man gleich anfangs den wahren Ort der Sonne gebraucht hätte. So z. E. müssen bey dieser Veränderung die Dioptern B F unbeweglich bleiben, und nur der Sector N C R gedreht werden, bis der wahre Ort der Sonne in die Verticallinie M R trifft. Uebrigens, wenn das Instrument groß genug ist, daß sich solche kleinere Veränderungen darauf bemerken lassen, so muß man ebenfalls der Refraction Rechnung tragen, und dies geschieht, wenn man nach geschעהener Observation die Dioptern so viel der horizontalen Lage näher rückt, als die Refraction beträgt.

V. Constructionen für die Sonnenhöhe.

§. 40.

Da bey dem erstbeschriebenen Sector der Winkel MRE der Höhe der Sonne, und E A Q dem Abstand der Sonne vom Pol gleich ist, so darf man nur durch jede Zeit A eine Linie AE mit R M parallel ziehen, um die Höhe der Sonne ERM zu haben. Da nun M R allemal durch den Ort der Sonne M gezogen ist, so wird die Höhe der Sonne für jeden Tag und Stunde ohne Mühe bestimmt.

§. 41.

an, oder giebt auch nur den Instrument die Lage, die es würde gehabt haben, wenn man gleich anfangs den wahren Ort der Sonne gebraucht hätte. So z. E. müssen bey dieser Veränderung die Dioptern B F unbeweglich bleiben, und nur der Sector NCR gedreht werden, bis der wahre Ort der Sonne in die Verticallinie MR trifft. Uebrigens, wenn das Instrument groß genug ist, daß sich solche kleinere Veränderungen darauf bemerken lassen, so muß man ebenfalls der Refraction Rechnung tragen, und dies geschieht, wenn man nach geschעהener Observation die Dioptern so viel der horizontalen Lage näher rückt, als die Refraction beträgt.

V. Constructionen für die Sonnenhöhe.

§. 40.

Da bey dem erstbeschriebenen Sector der Winkel MRE der Höhe der Sonne, und EAQ den Abstand der Sonne vom Pol gleich ist, so darf man nur durch jede Zeit A eine Linie AE mit RM parallel ziehen, um die Höhe der Sonne ERM zu haben. Da nun MR allemal durch den Ort der Sonne M gezogen ist, so wird die Höhe der Sonne für jeden Tag und Stunde ohne Mühe bestimmt.

des tables], et soit on recommence l'observation, soit on donne seulement à l'instrument la position qu'il aurait eue si on avait utilisé dès le début le vrai lieu du Soleil. Ainsi, par exemple, lors de ce changement, les pinnules BF doivent rester immobiles, et seul le secteur NCR doit être tourné jusqu'à ce que le vrai lieu du Soleil se trouve sur la ligne verticale MR. D'ailleurs, si l'instrument est assez grand pour qu'on puisse y remarquer ces petits changements, il faut aussi tenir compte de la réfraction, et cela se fait, après l'observation, en déplaçant les pinnules de l'angle de la réfraction vers la position horizontale.

V. Constructions pour la hauteur du Soleil.

§. 40.

Comme dans le premier secteur décrit [figure 11], l'angle MRE est égal à la hauteur du Soleil, et EAQ à la distance du Soleil au pôle, il suffit de tracer une ligne AE parallèle à RM par chaque heure A pour avoir la hauteur du Soleil ERM. Comme MR passe toujours par le lieu du Soleil M, on détermine sans peine la hauteur du Soleil pour chaque jour et chaque heure.

§. 41.

So leicht und allgemein nun diese Construction ist, so werde ich dessen unerachtet noch eine andere hersehen, welche zwar nicht so allgemein ist, dabey aber dennoch etwas sehr einfaches und leichtes an sich hat. Man nimme für den fürgegebenen Tag die Mittagshöhe und die Mitternachtstiefe der Sonne, oder welches einerley ist, die Summe und Differenz der Aequatorshöhe und der Declination. Sodann, indem man in dem Circul AFBL den verticalen und horizontalen Diameter FL, AB gezogen, trägt man die Mittagshöhe aus B in D, die Mitternachtstiefe aus B in E, oder aus A in M, und zieht DG, EH mit dem Horizonte AB parallel. Auf GH beschreibt man den Circul GJHP und theilt denselben in 24 Stunden. Wird sodann durch jede Stunde J die Linie PJK horizontal, oder mit AB parallel gezogen, so findet sich BK, die dazu gehörende Höhe der Sonne, NGQ ist die Tageslänge, und NHQ die Nachtlänge, DE die doppelte Höhe des Aequators, RJ der Sinus der Sonnenhöhe in beständiger Verhältniß des Products der beyden Chorden NJ, QJ. Denn da NQ die Chorde des Nachtbogens, NJQ der Hälfte desselben gleich, folglich NQ zu sin. NJQ in beständiger Verhältniß ist, so ist auch

$$NJ \propto \sin NQJ$$

$$QJ \propto \sin QNJ$$

Mun

§. 41.

So leicht und allgemein nun diese Construction ist, so werde ich dessen unerachtet noch eine andere hersehen, welche zwar nicht so allgemein ist, dabey aber dennoch etwas sehr einfaches und leichtes an sich hat. Man nimmt für den fürgegebenen Tag die Mittagshöhe und die Mitternachtstiefe der Sonne, oder welches einerley ist, die Summe und Differenz der Aequatorshöhe und der Declination. Sodann, indem man in dem Circul AFBL den verticalen und horizontalen Diameter FL, AB gezogen, trägt man die Mittagshöhe aus B in D, die Mitternachtstiefe aus B in E, oder aus A in M, und zieht DG, EH mit dem Horizonte AB parallel. Auf GH beschreibt man den Circul GJHP und theilt denselben in 24 Stunden. Wird sodann durch jede Stunde J die Linie PJK horizontal, oder mit AB parallel gezogen, so findet sich BK, die dazu gehörende Höhe der Sonne, NGQ ist die Tageslänge, und NHQ die Nachtlänge, DE die doppelte Höhe des Aequators, RJ des Sinus der Sonnenhöhe in beständiger Verhältniß des Products der beyden Chorden NJ, QJ. Denn da NQ die Chorde des Nachtbogens, NJQ der Hälfte desselben gleich, folglich NQ zu sin NJQ in beständiger Verhältniß ist, so ist auch

$$NJ \propto \sin NQJ$$

$$QJ \propto \sin QNJ$$

§. 41.

Si cette construction est facile et générale, je vais néanmoins en donner une autre, qui n'est pas aussi générale, mais qui a néanmoins quelque chose de très simple et de facile. On prend pour le jour donné l'altitude du Soleil à midi et sa profondeur à minuit, ou ce qui est identique, la somme et la différence de la hauteur de l'équateur et de la déclinaison. Ensuite, en traçant dans le cercle AFBL le diamètre vertical FL et l'horizontal AB, on porte l'altitude de midi de B en D, la profondeur de minuit de B en E, ou de A en M, et on trace DG et EH parallèlement à l'horizon AB. Sur GH, on décrit le cercle GJHP et on le divise en 24 heures. Si l'on trace ensuite la ligne PJK horizontalement par chaque heure J, ou parallèlement à AB, on trouve BK, la hauteur du Soleil correspondante, NGQ est la longueur du jour, NHQ la longueur de la nuit, DE le double de la hauteur de l'équateur, RJ le sinus de la hauteur du Soleil qui est dans une proportion constante du produit des deux cordes NJ et QJ. En effet, comme NQ est la corde de l'arc nocturne, NJQ la moitié de cet arc, par conséquent NQ est en rapport constant avec sin NJQ, de même

$$NJ \propto \sin NQJ$$

$$QJ \propto \sin QNJ.$$

Nun ist

$$JR = NJ \cdot \sin QNJ$$

demnach

$$JR \propto NJ \cdot QJ$$

Es ist aber, wenn man die wirkliche Gleichung sucht

$$\sin NJQ = NQ : GH$$

demnach

$$NQ = GH \cdot \sin NJQ$$

$$NJ = GH \cdot \sin NQJ$$

$$JR = GH \cdot \sin NQJ \cdot \sin QNJ$$

Nun ist, wenn man $AC = 1$ setzt

$$CG = \cos(c - e)$$

$$CH = \cos(c + e)$$

demnach

$$GH = \cos(c - e) - \cos(c + e) = 2 \sin c \cdot \sin e$$

und daher der Sinus der Sonnenhöhe

$$JR = 2 \sin c \cdot \sin e \cdot \sin NQJ \cdot \sin QNJ$$

Es ist aber, wenn J eine Nachmittagsstunde ist, der Bogen NPJ die Zeit vom Aufgange der Sonne, JQ die Zeit bis zum Untergang der Sonne. Demnach läßt sich, wenn die Tageslänge bekannt ist, die Höhe der Sonne durch die bloße Addition von vier Logarithmen berechnen. Da übrigens DE die doppelte Aequatorshöhe ist, so ist die Chorde DE für jede Declination der Sonne von beständiger Grösse, und eben die, so in der 9ten, 10ten und 11ten Figur CN ist. Demnach läßt sich auch aus dieser 12ten Figur ein ähnliches Instrument herleiten.

VI.

Nun ist

$$JR = NJ \cdot \sin QNJ$$

demnach

$$JR \propto NJ \cdot QJ$$

Es ist aber, wenn man die wirkliche Gleichung sucht

$$\sin NJQ = NQ : GH$$

demnach

$$NQ = GH \cdot \sin NJQ$$

$$NJ = GH \cdot \sin NQJ$$

$$JR = GH \cdot \sin NQJ \cdot \sin QNJ$$

Nun ist, wenn man $AC = 1$ setzt

$$CG = \cos(c - e)$$

$$CH = \cos(c + e)$$

Demnach

$$GH = \cos(c - e) - \cos(c + e) = 2 \sin c \cdot \sin e$$

und daher der Sinus der Sonnenhöhe

$$JR = 2 \sin c \cdot \sin e \cdot \sin NQJ \cdot \sin QNJ$$

Es ist aber, wenn J eine Nachmittagsstunde ist, der Bogen NPJ die Zeit vom Aufgange der Sonne, JQ die Zeit bis zum Untergang der Sonne. Demnach läßt sich, wenn die Tageslänge bekannt ist, die Höhe der Sonne durch die bloße Addition von vier Logarithmen berechnen. Da übrigens DE die doppelte Aequatorshöhe ist, so ist die Chorde DE für jede Declination der Sonne von beständiger Grösse, und eben die, so in der 9ten, 10ten und 11ten Figur CN ist. Demnach läßt sich auch aus dieser 12ten Figur ein ähnliches Instrument herleiten.

Or, on a

$$JR = NJ \cdot \sin QNJ$$

par conséquent,

$$JR \propto NJ \cdot QJ$$

Mais c'est, si l'on cherche la véritable équation

$$\sin NJQ = NQ : GH$$

donc

$$NQ = GH \cdot \sin NJQ$$

$$NJ = GH \cdot \sin NQJ$$

$$JR = GH \cdot \sin NQJ \cdot \sin QNJ$$

Or, si l'on considère $AC = 1$

$$CG = \cos(c - e)$$

$$CH = \cos(c + e)$$

Par conséquent,

$$GH = \cos(c - e) - \cos(c + e) = 2 \sin c \cdot \sin e$$

et donc le sinus de la hauteur du Soleil

$$JR = 2 \sin c \cdot \sin e \cdot \sin NQJ \cdot \sin QNJ$$

Or, si J est une heure de l'après-midi, l'arc NPJ est le temps écoulé depuis le lever du Soleil, JQ le temps écoulé jusqu'au coucher du Soleil. Par conséquent, si la durée du jour est connue, la hauteur du Soleil peut être calculée par la simple addition de quatre logarithmes. Par ailleurs, comme DE est le double de la hauteur de l'équateur, la corde DE est d'une grandeur constante pour chaque déclinaison du Soleil, et c'est précisément celle qui est représentée dans les figures 9, 10 et 11 par CN. Par conséquent, un instrument similaire peut être déduit de cette figure 12.

VI. Anmerkungen über die Horizontal- und Verticaluhren.

§. 42.

Die Kunst Sonnenuhren zu machen wird häufig auch von solchen Leuten ausgeübt, die von allen dazu gehörigen Gründen schlechthin nichts verstehen. Unter andern Umständen, die ich gehabt habe, ohne Rücksicht auf so viele selbst auf dem Lande anzutreffende Sonnenuhren diese Anmerkung zu machen, fand ich einen solchen Künstler, der ungefähr wußte, daß bey dem Horizontal- und mittäglichen Verticaluhren die Stunden nicht gleich nahe bey einander sind. Dieses brachte ihn, oder einen seiner Vorgänger, auf den Einfall aus A und B die Bögen BD, AD zu beschreiben, jeden in sechs gleiche Theile zu theilen, und aus der Mitte C die Stundenlinien in die Theilungspuncte zu ziehen, sodann den Zeiger unter einen halben Winkel, das will sagen, unter 45 Graden auf CD aufzurichten. So wird unstreitig die Uhr leicht und geschwinde gezeichnet, nur muß man für die Genauigkeit derselben nicht gut stehen, weil diese eine beträchtliche Verbesserung der Methode erfordert, wenn man statt der Tangenten oder Aequinoctiallinie, solche Circulbögen, dergleichen AD, BD sind, dazu gebrauchen will.

Fig. XIV.

§. 43.

VI. Anmerkungen über die Horizontal- und Verticaluhren.

§. 42.

Die Kunst Sonnenuhren zu machen wird häufig auch von solchen Leuten ausgeübt, die von allen dazu gehörigen Gründen schlechthin nichts verstehen. Unter andern Umständen, die ich gehabt habe, ohne Rücksicht auf so viele selbst auf dem Lande anzutreffende Sonnenuhren diese Anmerkung zu machen, fand ich einen solchen Künstler, der ungefähr wußte, daß bey dem Horizontal- und mittäglichen Verticaluhren die Stunden nicht gleich nahe bey einander sind. Dieses brachte ihn, oder einen seiner Vorgänger, auf den Einfall aus A und B die Bögen BD, AD zu beschreiben, jeden in sechs gleiche Theile zu theilen, und aus der Mitte C die Stundenlinien in die Theilungspuncte zu ziehen, sodann den Zeiger unter einen halben Winkel, das will sagen, unter 45 Graden auf CD aufzurichten. So wird unstreitig die Uhr leicht und geschwinde gezeichnet, nur muß man für die Genauigkeit derselben nicht gut stehen, weil diese eine beträchtliche Verbesserung der Methode erfordert, wenn man statt der Tangenten oder Aequinoctiallinie, solche Circulbögen, dergleichen AD, BD sind, dazu gebrauchen will.

VI. Notes sur les cadrans horizontaux et verticaux.

§. 42.

L'art de faire des cadrans solaires est souvent exercé par des gens qui ne comprennent rien des principes qui en régissent la fabrication. Parmi d'autres occasions que j'ai eues de faire cette remarque, sans tenir compte de tant de cadrans solaires que l'on trouve même à la campagne, j'ai trouvé un tel artiste qui savait à peu près que dans les cadrans horizontaux et verticaux méridionaux les heures ne sont pas régulièrement espacées. Cela lui donna l'idée, ou à l'un de ses prédécesseurs, de décrire les arcs BD et AD à partir de A et B, de diviser chacun d'eux en six parties égales, et de tirer les lignes des heures du milieu C vers les points de division, puis d'élever le style sur CD d'un demi-angle, ce qui veut dire à 45 degrés. Il est incontestable que l'on dessine ainsi un cadran facilement et rapidement, mais il ne faut pas en espérer une trop grande précision, car celle-ci exige un perfectionnement considérable de la méthode, si l'on veut utiliser à cet effet, au lieu des tangentes ou de la ligne équinoxiale, des arcs de cercle tels que AD et BD.

§. 43.

Man ziehe nemlich den Circul HDM, und Fig. XV. darin die beyden Diameter HM, VD perpendicular. Den Circul HDM theile man in 24 gleiche Theile als Stunden. Sodann mache man VDC der Höhe des Aequators, und VDP der Hälfte desselben gleich, und aus dem Centro C beschreibe man durch D den Circul ADE. Aus P ziehe man in jede Stunden des Circuls HDM blinde Linien, und wo diese den Circul ADE durchschneiden, da ziehe man aus V Linien, welches die Stundenlinien der Horizontaluhr für die Polhöhe DCV seyn werden.

§. 44.

Die Figur ist eine Projection der Sphäre auf den Horizont, wenn das Aug im Zenith ist. HDM ist der Horizont, ADE der Aequator, P der Pol, V das Zenith, VF ein Verticalcircul, DG der Stundenbogen auf dem Aequator, oder die Zeit vom Mittage an in Grade verwandelt, GDF die Höhe des Aequators, demnach, weil der Triangel DFG in F rechtwinklicht ist,

$$\cos GDF = \cot DG \cdot \tan DF$$

daher ist DF der Stundenbogen, oder DV der Stundenwinkel für die Horizontalsonnenuhr. Die blinden Linien PG sind schlechthin nur, um den Aequator ADE nach dem Regeln der Projection in Grade einzutheilen.

§. 45.

§. 43.

Man ziehe nemlich den Circul HDM, und darin die beyden Diameter HM, VD perpendicular. Den Circul HDM theile man in 24 gleiche Theile als Stunden. Sodann mache man VDC der Höhe des Aequators, und VDP der Hälfte desselben gleich, und aus dem Centro C beschreibe man durch D den Circul ADE. Aus P ziehe man in jede Stunden des Circuls HDM blinde Linien, und wo diese den Circul ADE durchschneiden, da ziehe man aus V Linien, welches die Stundenlinien der Horizontaluhr für die Polhöhe DCV seyn werden.

§. 44.

Die Figur ist eine Projection der Sphäre auf den Horizont, wenn das Aug im Zenith ist. HDM ist der Horizont, ADE der Aequator, P der Pol, V das Zenith, VF ein Verticalcircul, DG der Stundenbogen auf dem Aequator, oder die Zeit vom Mittage an in Grade verwandelt, GDF die Höhe des Aequators, demnach, weil der Triangel DFG in F rechtwinklicht ist,

$$\cos GDF = \cot DG \cdot \tan DF$$

daher ist DF der Stundenbogen, oder DV der Stundenwinkel für die Horizontalsonnenuhr. Die blinden Linien PG sind schlechthin nur, um den Aequator ADE nach dem Regeln der Projection in Grade einzutheilen.

§. 43.

Traçons donc le cercle HDM, et dans celui-ci les deux diamètres HM et VD perpendiculairement. On divise le cercle HDM en 24 parties égales représentant les heures. Ensuite, on donne à VDC la hauteur de l'équateur et à VDP la moitié de celui-ci, et on décrit le cercle ADE du centre C passant par D. De P, on trace des lignes aveugles à chaque heure du cercle HDM, et là où elles coupent le cercle ADE, on tire de V des lignes qui seront les lignes horaires du cadran horizontal pour la hauteur du pôle DCV.

§. 44.

La figure est une projection de la sphère sur l'horizon lorsque l'œil est au zénith. HDM est l'horizon, ADE l'équateur, P le pôle, V le zénith, VF un cercle vertical, DG l'arc horaire sur l'équateur ou le temps à partir de midi transformé en degrés, GDF la hauteur de l'équateur. Donc parce que le triangle DFG est à angle droit en F,

$$\cos GDF = \cot DG \cdot \tan DF$$

par conséquent DF est l'arc tabulaire des heures du cadran horizontal, ou encore DVF est l'angle tabulaire. Les lignes aveugles PG ne servent en fait qu'à diviser l'équateur ADE en degrés selon les règles de la projection.

352 X. Anmerkungen und Zusätze

§. 45.

Nimmt man zu dem Winkeln VDC, VDP statt der ganzen und halben Aequatorshöhe, die ganzen und halbe Polhöhe, so erhält man statt der Horizontaluhr eine mittägliche Verticaluhr. Diese Verzeichnungsart ist dadurch geschmeidiger und in allem eben so einfach als die gewöhnliche, weil man hier anstatt einer geraden Aequinoctiallinie, welche für die Morgen- und Abendstunden, gar zu sehr verlängert werden muß, den Aequinoctialcircul ADE gebraucht.

§. 46.

Man kann sich ferner eben dieser Projectionsart bedienen, um eine Vorbereitung zu finden, nach welcher sodann jede Horizontal- und Verticaluhren für jede Polhöhen, durch bloße Zeichnung eines halben Circuls gezeichnet werden könnten. Die Vorbereitung selbst ist folgende:

§. 47.

Fig. XVI. Aus dem Durchschnitte der Perpendicularen ACB, DCE zieht man den Circul ABDE, und beschreibt sodann durch die Punct D, E Circulbögen, welche die Linie DE unter Winkeln von 15, 30, 45, 60, 75 Graden durchschneiden. Es ist klar, daß die Halbmesser dieser Bögen Secanten dieser Grade seyn, ihre Mittelpuncte auf AB liegen, und von C um die Tangenten dieser Grade entfernt seyn werden. Dieses ist nun die Vorbereitung.

§. 48.

§. 45.

Nimmt man zu dem Winkeln VDC, VDP statt der ganzen und halben Aequatorshöhe, die ganzen und halbe Polhöhe, so erhält man statt der Horizontaluhr eine mittägliche Verticaluhr. Diese Verzeichnungsart ist dadurch geschmeidiger und in allem eben so einfach als die gewöhnliche, weil man hier anstatt einer geraden Aequinoctiallinie, welche für die Morgen- und Abendstunden, gar zu sehr verlängert werden muß, den Aequinoctialcircul ADE gebraucht.

§. 46.

Man kann sich ferner eben dieser Projectionsart bedienen, um eine Vorbereitung zu finden, nach welcher sodann jede Horizontal- und Verticaluhren für jede Polhöhen, durch bloße Zeichnung eines halben Circuls gezeichnet werden könnten. Die Vorbereitung selbst ist folgende:

§. 47.

Aus dem Durchschnitte der Perpendicularen ACB, DCE zieht man den Circul ABDE, und beschreibt sodann durch die Punct D, E Circulbögen, welche die Linie DE unter Winkeln von 15, 30, 45, 60, 75 Graden durchschneiden. Es ist klar, daß die Halbmesser dieser Bögen Secanten dieser Grade seyn, ihre Mittelpuncte auf AB liegen, und von C um die Tangenten dieser Grade entfernt seyn werden. Dieses ist nun die Vorbereitung.

§. 45.

Si l'on donne aux angles VDC et VDP la hauteur entière et la demi-hauteur du pôle à la place de la hauteur entière et de la demi-hauteur de l'équateur, on obtient un cadran vertical méridional au lieu du cadran horizontal. Ce mode de tracé est ainsi plus souple et en tout aussi simple que le mode ordinaire, car on utilise ici le cercle de l'équateur ADE au lieu d'une ligne équinoxiale droite qui doit être très étendue pour les heures du matin et du soir.

§. 46.

On peut en outre se servir de ce type de projection pour trouver une préparation selon laquelle on pourra ensuite dessiner chaque cadran horizontal et vertical pour chaque hauteur du pôle, par le simple dessin d'un demi-cercle. La préparation est la suivante:

§. 47.

De l'intersection des perpendiculaires ACB et DCE pour centre, on trace le cercle ABDE puis on décrit par les points D et E des arcs de cercle qui coupent la ligne DE avec des angles de 15, 30, 45, 60 et 75 degrés. Il est clair que les rayons de ces arcs sont les sécantes de ces degrés, que leurs centres se trouvent sur AB et sont éloignés de C par les tangentes de ces degrés. La préparation est maintenant terminée.

§. 48.

Sollte nun eine Horizontaluhr verzeichnet werden, so macht man AP der Polhöhe gleich, zieht PQ mit AB parallel, und beschreibt aus der Mitte K den halben Circul PMQ, so ist KM die Mittagslinie, der Zeiger wird in K aufgerichtet, und die Durchschnittspuncten 1, 2, 3 &c. 11, 10, 9 &c. geben die Stundenbögen der Horizontaluhr, wenn man aus denselben gerade Linien in K zieht. Macht man hingegen MP der Höhe des Aequators gleich, so erhält man auf eben die Art eine mittägliche Verticaluhr.

§. 49.

Es sey K das Zenith, PHQM der Horizont, KQ der Halbmesser, KD werde der Tangente und KE der Cotangente der halben Aequatorshöhe gleich gemacht, so sind D, E die beyden Pole, DNE ein Mittagskreis, MDN = MEN der Stundenwinkel, und ME die Polhöhe. Da nun in dem rechtwinklichten Triangel MEN

$$\sin EM = \cot MEN . \tan MN$$

so ist MN der Stundenbogen, oder MKN der Stundenwinkel für die Horizontaluhr. Man setze nun CA = 1, so ist CK = dem Sinus der Polhöhe, KQ = KM deren Cosinus. Da nun vermög der Projectionsart, jede Mittagscircul END die Mittagslinie ED unter eben den Winkeln schneiden, unter welche sie auf der

§. 48.

Sollte nun eine Horizontaluhr verzeichnet werden, so macht man AP der Polhöhe gleich, zieht PQ mit AB parallel, und beschreibt aus der Mitte K den halben Circul PMQ, so ist KM die Mittagslinie, der Zeiger wird in K aufgerichtet, und die Durchschnittspuncten 1, 2, 3 &c. 11, 10, 9 &c. geben die Stundenbögen der Horizontaluhr, wenn man aus denselben gerade Linien in K zieht. Macht man hingegen AP der Höhe des Aequators gleich, so erhält man auf eben die Art eine mittägliche Verticaluhr.

§. 49.

Es sey K das Zenith, PHQM der Horizont, KQ der Halbmesser, KD werde der Tangente und KE der Cotangente der halben Aequatorshöhe gleich gemacht, so sind D, E die beyden Pole, DNE ein Mittagskreis, MDN = MEN der Stundenwinkel, und ME die Polhöhe. Da nun in dem rechtwinklichten Triangel MEN

$$\sin EM = \cot MEN . \tan MN$$

so ist MN der Stundenbogen, oder MKN der Stundenwinkel für die Horizontaluhr. Man setze nun CA = 1, so ist CK = dem Sinus der Polhöhe, KQ = KM deren Cosinus. Da nun vermög der Projectionsart, jede Mittagscircul END die Mittagslinie ED unter eben den Winkeln schneiden, unter welche sie auf der

§. 48.

Si l'on veut tracer un cadran horizontal, on prend AP correspondant à la hauteur du pôle, on trace PQ parallèlement à AB et on décrit à partir du centre K le demi-cercle PMQ, KM est la ligne de midi, le style est dressé en K et les points d'intersection 1, 2, 3 etc. 11, 10, 9 etc. donnent les lignes horaires du cadran horizontal si l'on trace par ceux-ci des lignes droites à partir de K. En revanche, si l'on donne à AP la hauteur de l'équateur, on obtient de la même manière un cadran vertical méridional.

§. 49.

Soient [sur la projection stéréographique de la sphère sur l'horizon] K le zénith, PHQM l'horizon, KQ le rayon, KD la tangente et KE la cotangente de la moitié de la hauteur de l'équateur, ainsi D, E sont les deux pôles, DNE un méridien, MDN = MEN son angle horaire, et ME la hauteur du pôle. Comme dans le triangle MEN rectangle [en M sur la sphère]

$$\sin EM = \cot MEN . \tan MN$$

alors MN est l'arc tabulaire des heures du cadran horizontal, ou encore MKN est l'angle tabulaire. Si l'on prend CA = 1, CK = le sinus de la hauteur du pôle, KQ = KM son cosinus. Comme, par la propriété de la projection, chaque méridien END coupe la ligne de midi ED sous les angles mêmes

354 X. Anmerkungen und Zusätze

Sphäre den Mittagskreis schneiden, so ergiebt sich hieraus die Construction der Uhr, wie sie in der 16ten Figur vorgestellt worden, wo die Buchstaben A, B, C, D, E K, M, P, Q eben die Bedeutung haben, wie in der 17ten Figur.

§. 50.

Man findet sehr häufig kleine Horizontaluhren, die man bey sich tragen kann, und wo die Mittagslinie entweder durch den darauf gezeichneten Thierkreis, oder vermittelt einer Magnetenadel gefunden wird. Solche Uhren sind nun allerdings für eine gewisse Polhöhe, und dieses mag der Grund seyn, warum Reisende sich lieber Aequinoctialuhren anschaffen, welche auf jede Polhöhe können gerichtet werden. Man kann aber diesen Vortheil auf eine eben so leichte Art bey jeder Horizontaluhr erhalten. Man setze z. E. die Uhr sey für den 55ten Grad der Polhöhe gezeichnet, so wird sie unter dieser Polhöhe in der That eine horizontale Lage haben. Will man sie aber unter einer andern Polhöhe z. E. unter dem 50sten Grade gebrauchen, so muß man sie gegen Mittag um 5 Grade erhöhen, damit der Zeiger einen Winkel von 50 Gr. mit dem Horizonte mache. Zu diesem Ende kann das Plättgen oder Tafelgen AC, auf welchem die Uhr verzeichnet ist, vermittelt eines Gewindes in A an ein anderes AB angeschraubt werden. Um demselben sodann die gehörige Erhöhung zu

Fig. XVIII

Sphäre den Mittagskreis schneiden, so ergiebt sich hieraus die Construction der Uhr, wie sie in der 16ten Figur vorgestellt worden, wo die Buchstaben A, B, C, D, E K, M, P, Q eben die Bedeutung haben, wie in der 17ten Figur.

§. 50.

Man findet sehr häufig kleine Horizontaluhren, die man bey sich tragen kann, und wo die Mittagslinie entweder durch den darauf gezeichneten Thierkreis, oder vermittelt einer Magnetenadel gefunden wird. Solche Uhren sind nun allerdings für eine gewisse Polhöhe, und dieses mag der Grund seyn, warum Reisende sich lieber Aequinoctialuhren anschaffen, welche auf jede Polhöhe können gerichtet werden. Man kann aber diesen Vortheil auf eine eben so leichte Art bey jeder Horizontaluhr erhalten. Man setze z. E. die Uhr sey für den 55ten Grad der Polhöhe gezeichnet, so wird sie unter dieser Polhöhe in der That eine horizontale Lage haben. Will man sie aber unter einer andern Polhöhe z. E. unter dem 50sten Grade gebrauchen, so muß man sie gegen Mittag um 5 Grade erhöhen, damit der Zeiger einen Winkel von 50 Gr. mit dem Horizonte mache. Zu diesem Ende kann das Plättgen oder Tafelgen AC, auf welchem die Uhr verzeichnet ist, vermittelt eines Gewindes in A an ein anderes AB angeschraubt werden. Um demselben sodann die gehörige Erhöhung

sous lesquels ils coupent le méridien local sur la sphère, il en résulte la construction du cadran telle qu'elle a été présentée sur la figure 16, où les lettres A, B, C, D, E K, M, P et Q ont la même signification que sur la figure 17.

§. 50.

On trouve très souvent de petits cadrans horizontaux que l'on peut porter sur soi, et où la ligne de midi est trouvée soit par le zodiaque qui y est dessiné, soit au moyen d'une aiguille magnétique. De tels cadrans sont cependant conçus pour une certaine hauteur de pôle, et c'est peut-être la raison pour laquelle les voyageurs préfèrent se procurer des cadrans équinoxiaux qui peuvent être orientées vers n'importe quelle hauteur de pôle. Mais on peut obtenir cet avantage d'une manière tout aussi simple avec n'importe quel cadran horizontal. Si l'on pense, par exemple, que le cadran a été dessiné pour le 55e degré de la hauteur du pôle, il aura en effet une position horizontale sous cette hauteur du pôle. Mais si l'on veut l'utiliser sous une autre hauteur de pôle, par exemple sous le 50e degré, il faut l'élever de 5 degrés du côté sud, afin que le style fasse un angle de 50 degrés avec l'horizon. À cette fin, la plaque AC sur laquelle le cadran est dessiné peut être fixée à une autre plaque AB au moyen de charnières en A. Pour lui donner ensuite

zu geben, wird in B ein Circulbogen, dessen Centrum in A ist, so angemacht, daß man ihn sowohl legen als aufrichten kann. Oder man läßt durch C eine Stellschraube auf B gehen, durch deren Umdrehen man A C nach Erforderniß erhöhen kann. Es ist dabey möglich die Schraubengänge mit der Distanz AB so zu proportioniren, daß bey jedem Umgange der Schraube A C um einen Grad erhöht wird. Dieses geschieht, wenn A C so lang als $57\frac{3}{10}$ Schraubengänge genommen wird. Das leichteste und aus andern Absichten zugleich das vortheilhafteste Mittel aber ist das Unterschieben eines rechtwinklichten Prisma D. Denn A C wird um desto mehr erhöht, je näher D gegen A geschoben wird. Wie weit aber das Prisma D an jedem Orte müsse geschoben werden, läßt sich am bequemsten finden, wenn man auf dem untern Plättgen AB eine Landcharte verzeichnet. Denn so wird die Uhr auch von denen gebraucht werden können, die von der Polhöhe gar keinen Begriff haben.

§. 51.

Da die Höhe des Prisma D als beständig angesehen wird, so ist A D in Verhältniß der Cotangente des Winkels CAB. Da diese Cotangente unendlich wird, wenn $CAD = 0$ ist, so thut man am besten, wenn man dem Winkel CAB 5 Grade giebt, wenn D in B zu liegen kömmt, das will sagen, die Sonnenuhr

zu geben, wird in B ein Circulbogen, dessen Centrum in A ist, so angemacht, daß man ihn sowohl legen als aufrichten kann. Oder man läßt durch C eine Stellschraube auf B gehen, durch deren Umdrehen man A C nach Erforderniß erhöhen kann. Es ist dabey möglich die Schraubengänge mit der Distanz AB so zu proportioniren, daß bey jedem Umgange der Schraube A C um einen Grad erhöht wird. Dieses geschieht, wenn A C so lang als $57\frac{3}{10}$ Schraubengänge genommen wird. Das leichteste und aus andern Absichten zugleich das vortheilhafteste Mittel aber ist das Unterschieben eines rechtwinklichten Prisma D. Denn A C wird um desto mehr erhöht, je näher D gegen A geschoben wird. Wie weit aber das Prisma D an jedem Orte müsse geschoben werden, läßt sich am bequemsten finden, wenn man auf dem untern Plättgen AB eine Landcharte verzeichnet. Denn so wird die Uhr auch von denen gebraucht werden können, die von der Polhöhe gar keinen Begriff haben.

§. 51.

Da die Höhe des Prisma D als beständig angesehen wird, so ist A D in Verhältniß der Cotangente des Winkels CAB. Da diese Cotangente unendlich wird, wenn $CAB = 0$ ist, so thut man am besten, wenn man dem Winkel CAB 5 Grade giebt, wenn D in B zu liegen kömmt, das will sagen, die Sonnenuhr

l'élévation nécessaire, on fixe en B un arc de cercle dont le centre est en A, de manière qu'on puisse le replier et le dresser. Ou bien on fait passer par C une vis de réglage sur B, dont la rotation permet de relever AC selon les besoins. Il est alors possible de proportionner le pas de vis avec la distance AB de telle sorte qu'à chaque tour de vis, AC soit augmenté d'un degré. Cela se produit lorsque la longueur AC est de 57,3 fois le pas de la vis. Mais le moyen le plus facile et en même temps le plus avantageux pour d'autres raisons est le déplacement d'une cale à angle droit D. Car AC est d'autant plus incliné que D est placée plus près de A. Pour savoir où la cale D doit être placée à chaque lieu d'utilisation, il est plus facile de tracer une carte sur la plaque inférieure AB. Car ainsi, le cadran pourra être utilisé par ceux qui n'ont aucune notion de la hauteur du pôle.

§. 51.

Comme la hauteur de la cale D est considérée comme constante, AD est en proportion de la cotangente de l'angle CAB. Comme cette cotangente devient infinie lorsque $CAB = 0$, le mieux est de donner 5 degrés à l'angle CAB lorsque D se trouve en B, c'est-à-dire que le

356 X. Anmerkungen und Zusätze

nenuhr wird für eine Polhöhe verzeichnet, die 5 Grade grösser ist, als die grösste, so man auf der Landcharte anbringen will. Man setze z. E. es solle der 55te Grad der Polhöhe in B fallen, welches ungefähr die nördliche Grenzlinie von Deutschland ist, so sieht man die Länge AB als die Cotangente von 5 Graden an, und trägt nach gleichem Maaßstabe die Cotangenten von 6, 7, 8, 9, 10, 11 u. Graden aus A gegen B, und nach eben dem Maaßstabe erhält das Prisma D die Höhe von dem Halbmesser. Die Sonnenuhr auf dem obern Plättgen AB wird für den 60sten Grad der Polhöhe verzeichnet. Die Grade der Länge bleiben hiebey willkürlich. Man kann sie daher sowohl nach der Breite der Sonnenuhr, als nach dem Districte der Erdoberfläche richten, welches man auf die Landcharte bringen will. Man kann

Fig. XIX. aus der 19ten Figur sehen, wie die Sache ausfällt. AD ist der Halbmesser und zugleich die Höhe des Prismas, AB die Tangente von 85 Grad, und die übrigen Punkte der Scale AB sind die Tangenten von 84, 83, 82, 81 u. Graden. Die Uhr AC ist auf die Polhöhe 60 Grad gezeichnet, und daher ist bey B der 55te Grad gesetzt, weil, wenn das Prisma in B untergestellt wird, die Fläche der Uhr um 5 Gr. erhöht, demnach der Zeiger um 5 Grad vertieft, daß will sagen, auf die Polhöhe von 55 Grad gerichtet wird.

wird für eine Polhöhe verzeichnet, die 5 Grade grösser ist, als die grösste, so man auf der Landcharte anbringen will. Man setze z. E. es solle der 55te Grad der Polhöhe in B fallen, welches ungefähr die nördliche Grenzlinie von Deutschland ist, so sieht man die Länge AB als die Cotangente von 5 Graden an, und trägt nach gleichem Maaßstabe die Cotangenten von 6, 7, 8, 9, 10, 11 &c. Graden aus A gegen B, und nach eben dem Maaßstabe erhält das Prisma D die Höhe von dem Halbmesser. Die Sonnenuhr auf dem obern Plättgen AB wird für den 60sten Grad der Polhöhe verzeichnet. Die Grade der Länge bleiben hiebey willkürlich. Man kann sie daher sowohl nach der Breite der Sonnenuhr, als nach dem Districte der Erdoberfläche richten, welches man auf die Landcharte bringen will. Man kann aus der 19ten Figur sehen, wie die Sache ausfällt. AD ist der Halbmesser und zugleich die Höhe des Prismas, AB die Tangente von 55 Grad, und die übrigen Punkte der Scale AB sind die Tangenten von 54, 53, 52, 51 &c. Graden. Die Uhr AC ist auf die Polhöhe 60 Grad gezeichnet, und daher ist bey B der 55te Grad gesetzt, weil, wenn das Prisma in B untergestellt wird, die Fläche der Uhr um 5 Gr. erhöht, demnach der Zeiger um 5 Grad vertieft, daß will sagen, auf die Polhöhe von 55 Grad gerichtet wird.

cadran solaire est dessiné pour une hauteur du pôle supérieure de 5 degrés à la plus grande que l'on veut placer sur la carte. Par exemple, si le 55e degré de la hauteur du pôle doit tomber en B, qui est à peu près la limite nord de l'Allemagne, on considère la longueur AB comme la cotangente de 5 degrés, et on porte d'après la même mesure les cotangentes de 6, 7, 8, 9, 10, 11 etc. degrés de A vers B, et d'après la même mesure, la cale D reçoit la hauteur du rayon. Le cadran solaire sur la plaque supérieure AB est dessiné pour le 60e degré de la hauteur du pôle. Les degrés de longitude restent ici arbitraires. On peut donc les définir aussi bien en fonction de la largeur du cadran solaire que des États de la zone géographique que l'on veut placer sur la carte. On peut voir sur la figure 19 comment les choses se passent. AD est le rayon et en même temps la hauteur de la cale, AB la tangente de 55 degrés, et les autres points de l'échelle AB sont les tangentes de 54, 53, 52, 51 etc. degrés. Le cadran AC est tracé à la hauteur du pôle de 60 degrés, et c'est pourquoi le 55e degré est situé en B, parce que lorsque la cale est placée en B, la surface du cadran est augmentée de 5° et par conséquent le style est abaissé de 5 degrés, c'est-à-dire qu'il est dirigé vers la hauteur du pôle de 55 degrés.

§. 52.

Es wird dem Leser von selbst beyfallen, daß die beyden Instrumente, so die 11te und 12te Figur vorstellt, ebenfalls von der Art sind, daß eine Landcharte darauf verzeichnet werden kann, und zwar desto besser, weil die in GC und HN verzeichnete Grade der Breite oder Polhöhe weniger ungleich sind.

§. 53.

Wenn die Abweichung der Magnetnadel an einerley Ort beständig bleibe, so liessen sich auf der Landcharte die sogenannten Halleyschen Linien zeichnen, um den Gebrauch der Sonnenuhr auch auf diese Art allgemein zu machen. Man kann aber auch auf der Uhr selbst den Thierkreis zeichnen, und zwar für die Polhöhe von 60 Gr. für welche die Uhr horizontal ist. Unter jeder andern Polhöhe giebt man durch Unterschiebung des Prisma der Uhr die gehörige Erhöhung, und dreht sie sodann herum, bis der Schatten auf den Ort der Sonne trifft, um dadurch zugleich die Stunde und die Lage der Mittagslinie zu finden.

§. 52.

Es wird dem Leser von selbst beyfallen, daß die beyden Instrumente, so die 11te und 12te Figur vorstellt, ebenfalls von der Art sind, daß eine Landcharte darauf verzeichnet werden kann, und zwar desto besser, weil die in GC und HN verzeichnete Grade der Breite oder Polhöhe weniger ungleich sind.

§. 53.

Wenn die Abweichung der Magnetnadel an einerley Ort beständig bleibe, so liessen sich auf der Landcharte die sogenannten Halleyschen Linien zeichnen, um den Gebrauch der Sonnenuhr auch auf diese Art allgemein zu machen. Man kann aber auch auf der Uhr selbst den Thierkreis zeichnen, und zwar für die Polhöhe von 60 Gr. für welche die Uhr horizontal ist. Unter jeder andern Polhöhe giebt man durch Unterschiebung des Prisma der Uhr die gehörige Erhöhung, und dreht sie sodann herum, bis der Schatten auf den Ort der Sonne trifft, um dadurch zugleich die Stunde und die Lage der Mittagslinie zu finden.

§. 52.

Le lecteur remarquera naturellement que les deux instruments présentés sur les figures 11 et 12 sont aussi de nature à permettre le tracé d'une carte terrestre, et ce d'autant mieux que les degrés de latitude ou de hauteur du pôle indiqués dans GC et HN sont moins inégaux.

§. 53.

Si la déviation de l'aiguille magnétique restait constante en un même lieu, on pourrait tracer sur la carte les lignes dites de Halley, afin de rendre général l'usage du cadran solaire de cette manière aussi. Mais on peut aussi, sur le cadran lui-même, dessiner le zodiaque [c'est-à-dire les arc diurnes pour chaque lieu du Soleil] et cela pour la hauteur du pôle de 60° où le cadran est horizontal. Pour toute autre hauteur de pôle, on donne au cadran l'élévation nécessaire en déplaçant la cale, puis on le fait tourner jusqu'à ce que l'ombre atteigne le lieu du Soleil, ce qui permet de trouver en même temps l'heure et la position de la méridienne.

VII. Beschreibung eines halben Circuls, um aus der Höhe der Sonne die Zeit zu finden.

§. 54.

Fig. XX. Wir haben dieses Instrument oben (§. 19.) nur kurz angezeigt, und werden nun die Art dasselbe zu verzeichnen noch angeben. Man beschreibe auf einem Diameter CB, von beliebiger Länge, den halben Circul CNB, und mache den Winkel BCK der Polhöhe gleich. Aus dem Mittelpunct H ziehe man HF mit CK parallel, und aus C die Linie CF auf HF senkrecht. Man beschreibe sodann mit dem Halbmesser FH aus F den Circulbogen HQ, und theile denselben in Stunden. Aus jeder Stunde ziehe man Perpendicularen auf HF, so wird man eben so viele Centra haben, aus welchen durch C Circulbögen CD gezogen werden müssen, welche, wenn $LCK = MCK$ der Obliquität der Ecliptic gleich gemacht wird, innert den Linien MC, LC sodann gezogen werden. Diesen Bögen werden die Stunden beigeschrieben, und aus K gegen L und M die doppelte Grade der Declination jeder Zeichen und Grade des Thierkreises aufgetragen. Endlich wird in C ein Faden CP mit einer Perl N und Gewichte P angehängt, und die Dioptern auf CB mit dieser Linie parallel angemacht.

§. 55.

VII. Beschreibung eines halben Circuls, um aus der Höhe der Sonne die Zeit zu finden.

§. 54.

Wir haben dieses Instrument oben (§. 19.) nur kurz angezeigt, und werden nun die Art dasselbe zu verzeichnen noch angeben. Man beschreibe auf einem Diameter CB, von beliebiger Länge, den halben Circul CNB, und mache den Winkel BCK der Polhöhe gleich. Aus dem Mittelpunct H ziehe man HF mit CK parallel, und aus C die Linie CF auf HF senkrecht. Man beschreibe sodann mit dem Halbmesser FH aus F den Circulbogen HQ, und theile denselben in Stunden. Aus jeder Stunde ziehe man Perpendicularen auf HF, so wird man eben so viele Centra haben, aus welchen durch C Circulbogen CD gezogen werden müssen, welche, wenn $LCK = MCK$ der Obliquität der Ecliptic gleich gemacht wird, innert den Linien MC, LC sodann gezogen werden. Diesen Bogen werden die Stunden beigeschrieben, und aus K gegen L und M die doppelte Grade der Declination jeder Zeichen und Grade des Thierkreises aufgetragen. Endlich wird in C ein Faden CP mit einer Perl N und Gewichte P angehängt, und die Dioptern auf CB mit dieser Linie parallel angemacht.

VII. Description d'un demi-cercle pour trouver l'heure à partir de la hauteur du Soleil.

§. 54.

Nous n'avons fait qu'indiquer brièvement cet instrument ci-dessus (§ 19), et nous allons maintenant indiquer la manière de le tracer. Sur un diamètre CB de longueur quelconque, on trace le demi-cercle CNB et on rend l'angle BCK égal à la hauteur du pôle. Du centre H, on tire HF parallèle à CK, et de C la ligne CF perpendiculaire à HF. On décrit ensuite l'arc de cercle HQ avec le rayon FH à partir de F, et on le divise en heures. De chaque heure on tire des perpendiculaires sur HF, ainsi on aura autant de centres, desquels on doit tirer par C des arcs de cercle CD à l'intérieur des lignes MC et LC, avec LCK et MCK égal à l'obliquité de l'écliptique. Les heures sont indiquées sur ces arcs, et les degrés de la déclinaison de chaque signe et degré du zodiaque sont reportés de K vers L et M. Enfin, on attache en C un fil CP avec une perle N et un poids P, et on place des pinnules sur CB parallèlement à cette ligne.

§. 55.

Soll nun damit die Stunde gefunden werden, so richtet man die Dioptern C B gegen die Sonne, und läßt den Faden frey hangen. Sodann schiebt man die Perl in N auf den 12ten Stundenkreis, und legt den Faden auf den Ort der Sonne, z. E. in CR, so fällt die Perl in S auf 4 Uhr 25 Min. Nachmittag, oder 7 Uhr 35 Min. Vormittag.

§. 56.

Dieses Instrument hat zugleich den Vortheil, daß es nach geometrischer Schärfe genau ist, und auf eine sehr einfache und leichte Art verzeichnet werden kann. Bey den Quadranten, die man in den meisten Anweisungen zur Gnomonic angiebt, fehlt es an beyden. Denn werden sie durch lauter Circulbögen construiert, so geht der geometrischen Schärfe ab. Construiert man sie aber vermittelst der für jede Stunden und Zeichen voraus berechneten Sonnenhöhen durch krumme Linien, so muß man diese von freyer Hand ziehen, und die Arbeit wird weidläufig. In dem Gebrauche ist gegenwärtiger halbe Circul von den Quadranten auch nur in sofern verschieden, daß man bey den Quadranten die Perl anfangs auf den Ort der Sonne schiebt, und sodann die Höhe der Sonne sucht, hier aber bey der Höhe anfängt, und dann die Perl aus N in S bringt.

§. 55.

Soll nun damit die Stunde gefunden werden, so richtet man die Dioptern CB gegen die Sonne, und läßt den Faden frei hangen. Sodann schiebt man die Perl in N auf den 12ten Stundenkreis, und legt den Faden auf den Ort der Sonne, z. E. in CR, so fällt die Perl in S auf 4 Uhr 25 Min. Nachmittag, oder 7 Uhr 35 Min. Vormittag.

§. 56.

Dieses Instrument hat zugleich den Vortheil, daß es nach geometrischer Schärfe genau ist, und auf eine sehr einfache und leichte Art verzeichnet werden kann. Bei den Quadranten, die man in den meisten Anweisungen zur Gnomonic angiebt, fehlt es an beiden. Denn werden sie durch lauter Circulbogen construiert, so geht der geometrischen Schärfe ab. Construiert man sie aber vermittelst der für jede Stunden und Zeichen voraus berechneten Sonnenhöhen durch krumme Linien, so muß man diese von freier Hand ziehen, und die Arbeit wird weidläufig. In dem Gebrauche ist gegenwärtiger halbe Circul von den Quadranten auch nur in sofern verschieden, daß man bei den Quadranten die Perl anfangs auf den Ort der Sonne schiebt, und sodann die Höhe der Sonne sucht, hier aber bei der Höhe anfängt, und dann die Perl aus N in S bringt.

§. 55.

Pour trouver l'heure, on dirige les pinnules CB vers le Soleil et on laisse le fil pendre librement. Ensuite, on déplace la perle en N sur le cercle de midi et on tire le fil par dessus le lieu du Soleil, par exemple en CR, et la perle en S indique 4 h 25 de l'après-midi ou 7 h 35 du matin.

§. 56.

Cet instrument a, en même temps, l'avantage d'être précis selon la rigueur géométrique et de pouvoir être tracé d'une manière très simple et facile. Les quadrants que l'on trouve dans la plupart des manuels de gnomonique manquent des deux. Car s'ils sont construits avec des arcs de cercle, ils perdent leur rigueur géométrique. Mais si on les construit par des lignes courbes à l'aide des hauteurs du Soleil calculées à l'avance pour chaque heure et chaque signe, il faut les tracer à main levée et le travail devient fastidieux. Dans l'utilisation, le demi-cercle actuel ne diffère des quadrants que dans la mesure où, dans ces derniers, on déplace d'abord la perle sur le lieu du Soleil puis on cherche la hauteur du Soleil, mais ici on commence par la hauteur puis on déplace la perle de N en S.

VIII. Beschreibung eines gleichschenkligen Triangels, um aus der Sonnenhöhe die Stunden zu finden.

§. 57.

Fig. XXI. Man nimmt auf der verticalen Linie AE als einen Halbmesser an, und trägt die Sinus versus der Stunden aus A aufwärts. Sodann nimmt man auf gleicher Scale die Tangente der Polhöhe als einen Halbmesser an, und trägt die Tangenten der Declination jeder Zeichen und Grade des Thierkreises aus E aufwärts und unterwärts. Endlich nimmt man auf eben der Scale die halbe Secante der Polhöhe als einen Halbmesser an, und trägt auf den beyden Schenkeln CD, CF die Secanten der Declination jeder Zeichen und Grade des Thierkreises aus C gegen D und F. Diese beyden Schenkel haben in C ein Gewinde wie die beyden Schenkel eines Proportionalcirculs. In D wird gleichfalls ein bewegliches Gewinde angebracht, so, daß sich nicht nur CD an AD herumdrehen lasse, sondern daß der Mittelpunkt des Gewindes D auf den sowohl auf CD als auf AD gezeichneten jedesmaligen Ort der Sonne geschoben werden könne. In F aber wird an dem Schenkel CF ein Stift angemacht, so, daß derselbe ebenfalls auf den auf diesem Schenkel gezeichneten jedesmaligen Ort

VIII. Beschreibung eines gleichschenkligen Triangels, um aus der Sonnenhöhe die Stunden zu finden.

§. 57.

Man nimmt auf der verticalen Linie AE als einen Halbmesser an, und trägt die Sinus versus der Stunden aus A aufwärts. Sodann nimmt man auf gleicher Scale die Tangente der Polhöhe als einen Halbmesser an, und trägt die Tangenten der Declination jeder Zeichen und Grade des Thierkreises aus E aufwärts und unterwärts. Endlich nimmt man auf eben der Scale die halbe Secante der Polhöhe als einen Halbmesser an, und trägt auf den beyden Schenkeln CD, CF die Secanten der Declination jeder Zeichen und Grade des Thierkreises aus C gegen D und F. Diese beyden Schenkel haben in C ein Gewinde wie die beyden Schenkel eines Proportionalcirculs. In D wird gleichfalls ein bewegliches Gewinde angebracht, so, daß sich nicht nur CD an AD herumdrehen lasse, sondern daß der Mittelpunkt des Gewindes D auf den sowohl auf CD als auf AD gezeichneten jedesmaligen Ort der Sonne geschoben werden könne. In F aber wird an dem Schenkel CF ein Stift angemacht, so, daß derselbe ebenfalls auf den auf diesem Schenkel gezeichneten jedesmaligen

VIII. Description d'un triangle isocèle pour trouver les heures à partir de la hauteur du Soleil.

§. 57.

Sur un ligne verticale, on prend AE comme rayon et on porte les sinus verses des heures de A vers le haut. Avec la même échelle, on prend ensuite la tangente de la hauteur du pôle comme rayon, et on porte les tangentes de la déclinaison de chaque signe et degré du zodiaque de E en haut et en bas. Enfin, on prend la demi-secante de la hauteur du pôle comme rayon, et on porte sur les deux branches CD et CF les sécantes de la déclinaison de chaque signe et degré du zodiaque de C vers D et F. Ces deux branches ont en C une articulation comme pour les deux branches d'un compas de proportion. En D, il y a également une articulation mobile, de sorte que non seulement CD peut être tourné sur AD, mais que le point central de l'articulation D peut être déplacé et bloqué sur le lieu du Soleil gradué à la fois sur CD et sur AD. En F, un ergot est fixé à la branche CF, de sorte qu'il puisse également être déplacé et bloqué sur

Ort der Sonne geschoben und befestigt werden könne. Die Dioptern können auf C D oder auf F C kommen, weil jeder dieser Schenkel einerley Winkel mit dem Horizonte macht. Ist nun das Gewind in D und der Stift in F auf den Ort der Sonne gestellt, so rückt man den Stift F auf der Stundenlinie AB herauf oder herunter bis die Dioptern FC oder CD gegen die Sonne gerichtet sind, alsdenn zeigt der Stift die Stunde und Minute, die zu finden war.

§. 58.

Es sey, um dieses zu beweisen,

p die Polhöhe

d die Declination

h die Höhe der Sonne

ω die Stunde oder der Stundenbogen, von Mittag an gerechnet;

so ist vermög der Construction

$$AE = 1$$

$$ED = \tan d. \tan p$$

$$CD = CF = \frac{1}{2} \sec d. \sec p$$

$$EF = \cos \omega$$

$$DCF = 2 h$$

$$DF = 2 DC. \sin h = \sec d. \sec p. \sin h$$

Nun ist

$$DF = DE + EF$$

Ort der Sonne geschoben und befestigt werden könne. Die Dioptern können auf CD oder auf FC kommen, weil jeder dieser Schenkel einerley Winkel mit dem Horizonte macht. Ist nun das Gewind in D und der Stift in F auf den Ort der Sonne gestellt, so rückt man den Stift F auf der Stundenlinie AB herauf oder herunter bis die Dioptern FC oder CD gegen die Sonne gerichtet sind, alsdenn zeigt der Stift die Stunde und Minute, die zu finden war.

§. 58.

Es sey, um dieses zu beweisen,

p die Polhöhe

d die Declination

h die Höhe der Sonne

ω die Stunde oder der Stundenbogen, von Mittag an gerechnet ;

so ist vermög der Construction

$$AE = 1$$

$$ED = \tan d. \tan p$$

$$CD = CF = \frac{1}{2} \sec d. \sec p$$

$$EF = \cos \omega$$

$$DCF = 2 h$$

$$DF = 2 DC. \sin h = \sec d. \sec p. \sin h$$

Nun ist

$$DF = DE + EF$$

le lieu du Soleil dessiné sur cette branche. Les pinnules peuvent être placés sur CD ou sur FC, car chacune de ces branches fait un même angle avec l'horizon. Lorsque l'articulation en D et l'ergot en F sont placés sur le lieu du Soleil, on déplace l'ergot F vers le haut ou vers le bas sur la ligne des heures AB jusqu'à ce que les pinnules FC ou CD soient dirigés vers le Soleil, alors l'ergot indique l'heure et la minute qu'il faut trouver.

§. 58.

Soient, pour prouver ceci,

p la hauteur du pôle

d la déclinaison

h la hauteur du Soleil

ω l'heure ou l'angle horaire, compté à partir de midi ;

ainsi, par la construction

$$AE = 1$$

$$ED = \tan d. \tan p$$

$$CD = CF = \frac{1}{2} \sec d. \sec p$$

$$EF = \cos \omega$$

$$DCF = 2 h$$

$$DF = 2 DC. \sin h = \sec d. \sec p. \sin h$$

Maintenant, soit

$$DF = DE + EF$$

362 X. Anmerk. u. Zusätze zur Gn.

folglich

$$\sec d. \sec p. \sin h = \tan d. \tan p + \cos \omega$$

oder, wenn man durch $\sec d. \sec p$ dividirt

$$\sin h = \sin p. \sin d + \cos p. \cos d. \cos \omega$$

Da dieses die bekannte Gleichung zwischen der Polhöhe, Declination, Sonnenhöhe und Stundenbogen ist, so ist die Construction diejenige, welche diese Gleichung erfordert.



folglich

$$\sec d. \sec p. \sin h = \tan d. \tan p + \cos \omega$$

oder, wenn man durch $\sec d. \sec p$ dividirt

$$\sin h = \sin p. \sin d + \cos p. \cos d. \cos \omega$$

Da dieses die bekannte Gleichung zwischen der Polhöhe, Declination, Sonnenhöhe und Stundenbogen ist, so ist die Construction diejenige, welche diese Gleichung erfordert.

par conséquent

$$\sec d. \sec p. \sin h = \tan d. \tan p + \cos \omega$$

ou, si l'on divise par $\sec d. \sec p$

$$\sin h = \sin p. \sin d + \cos p. \cos d. \cos \omega$$

Comme c'est l'équation connue entre la hauteur du pôle, la déclinaison, la hauteur du Soleil et l'angle horaire, la construction est celle qu'exige cette équation.

Glossaire

Hauteur du pôle : latitude.

Hauteur de l'équateur : colatitude, ou complément à 90° de la latitude.

Lieu du Soleil : position du Soleil sur l'écliptique, voire la déclinaison qui en résulte.

Sinus total : sinus de 90° , expression similaire à « rayon ».

Rayon : longueur de référence, notamment pour des longueurs en proportion d'une fonction trigonométrique.

Sécante : fonction trigonométrique équivalente à $1/\cos$.

Cosécante : fonction trigonométrique équivalente à $1/\sin$.

Sinus verse : fonction trigonométrique équivalente à $1 - \cos$, son intérêt est d'être toujours positive.

Fig. I.

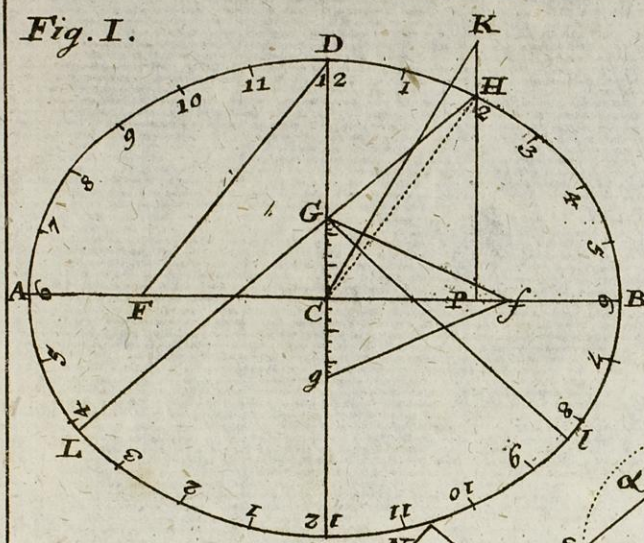


Fig. II.

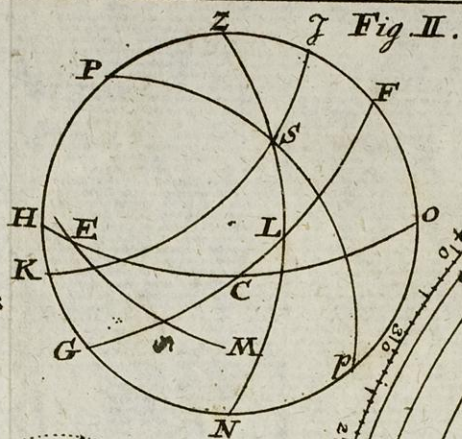


Fig. IV.

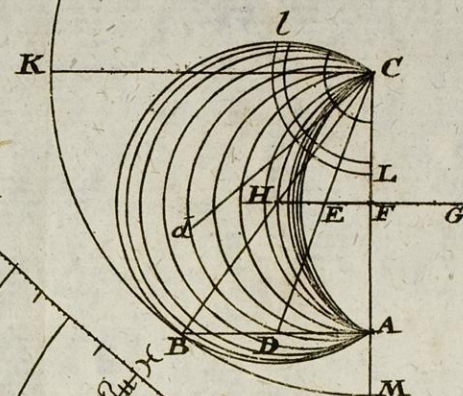


Fig. III.

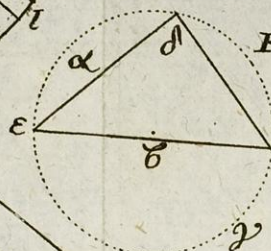


Fig. V.

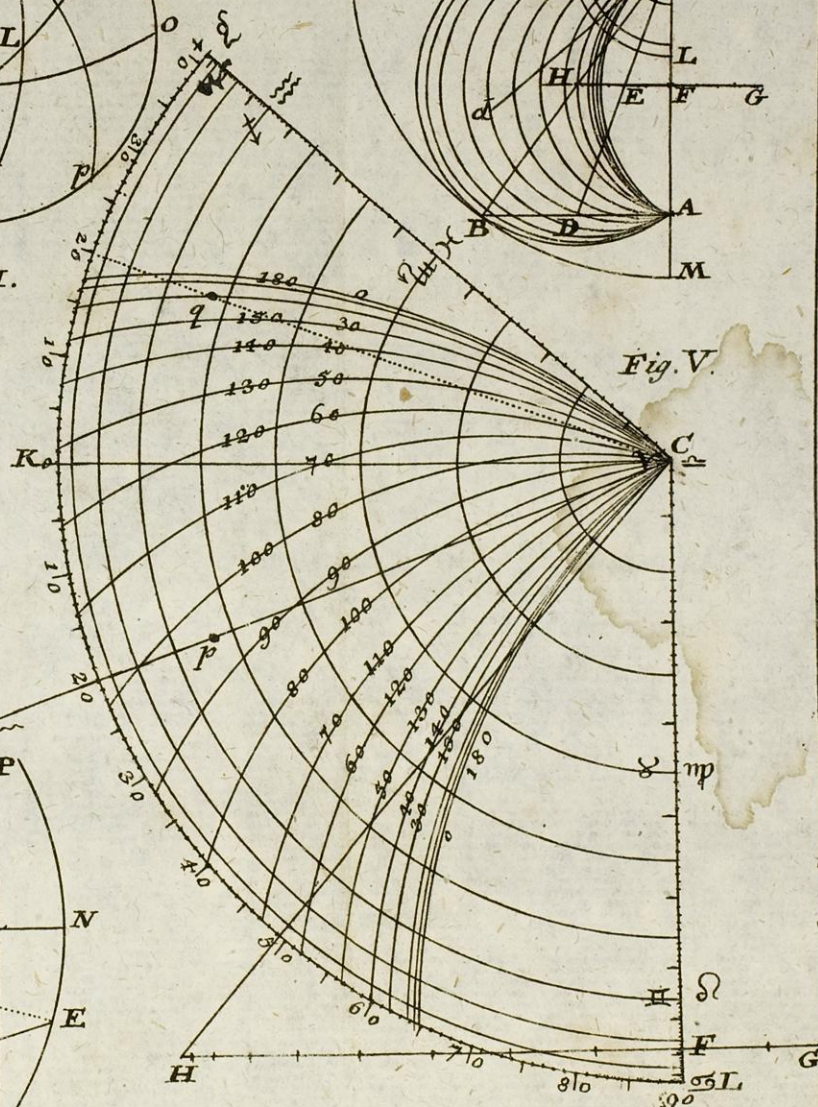


Fig. VI.

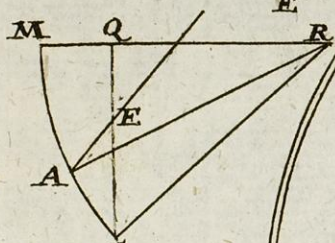


Fig. VII.

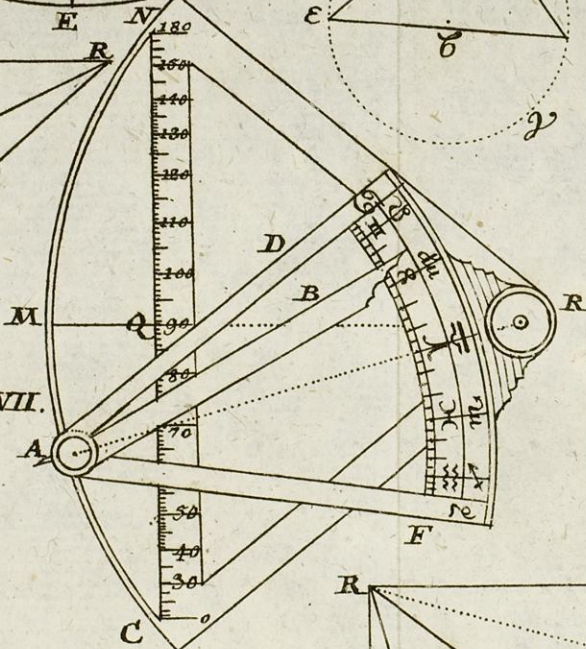
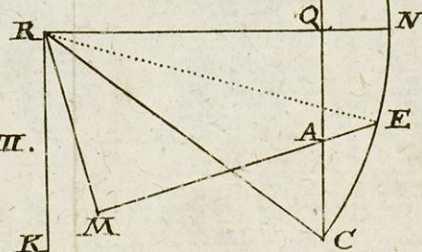


Fig. VIII.



Gnomonic.

Tab. IX.

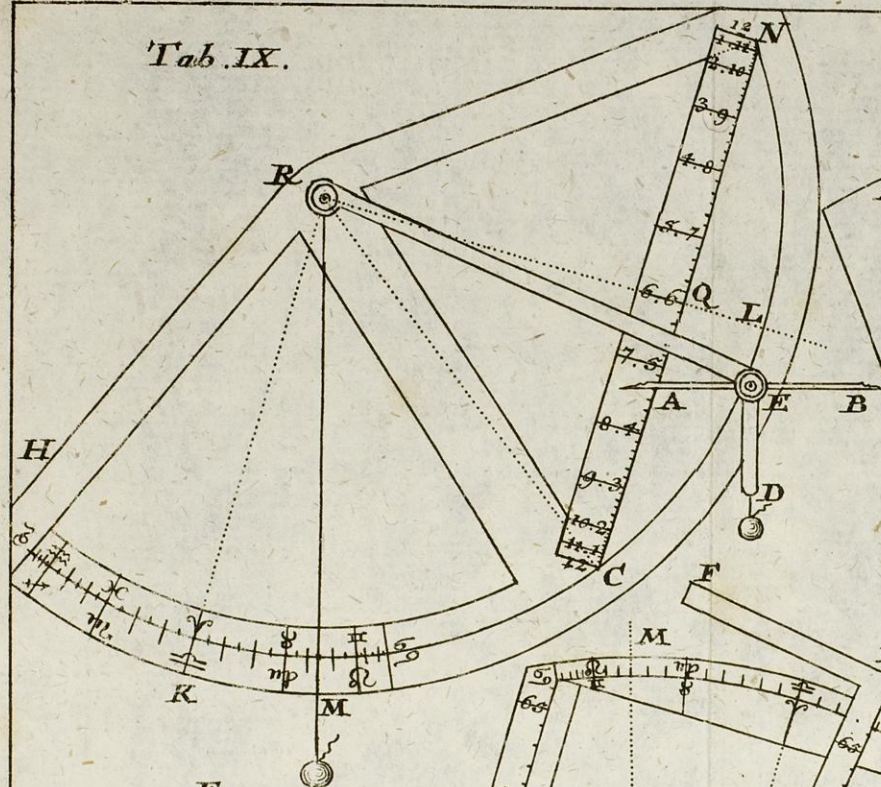


Fig. X.

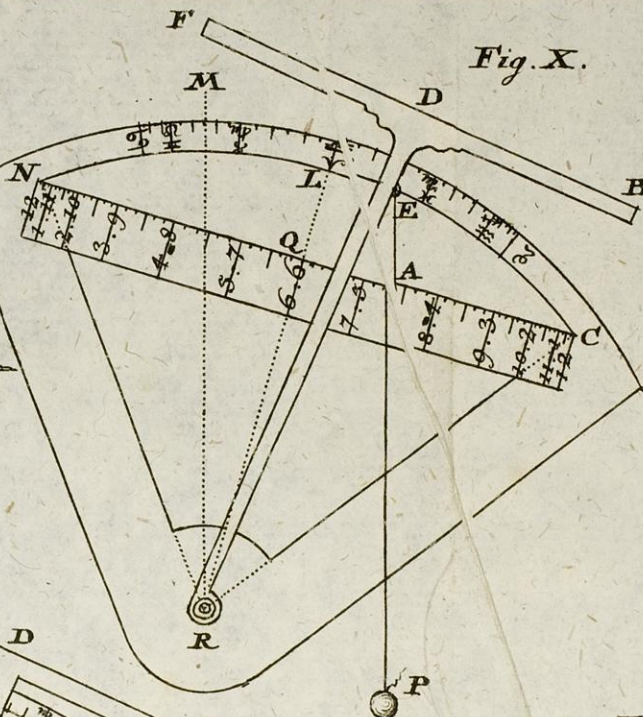


Fig. XII.

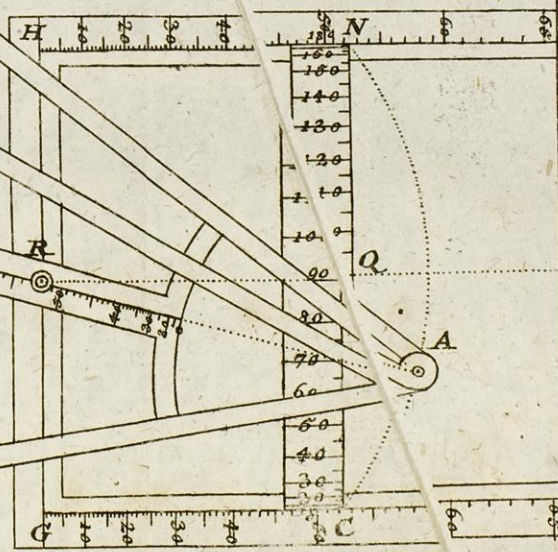


Fig. XI.

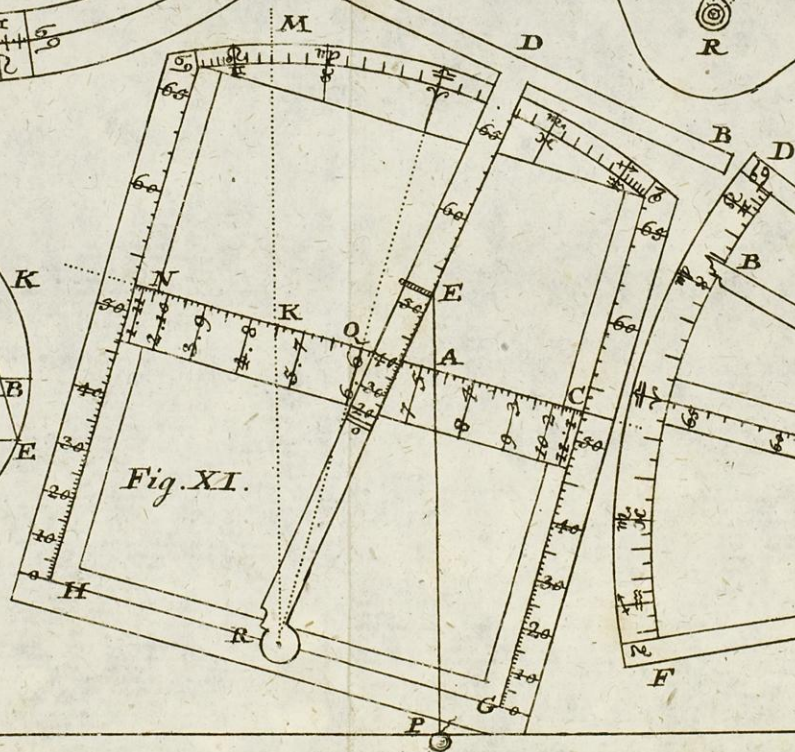
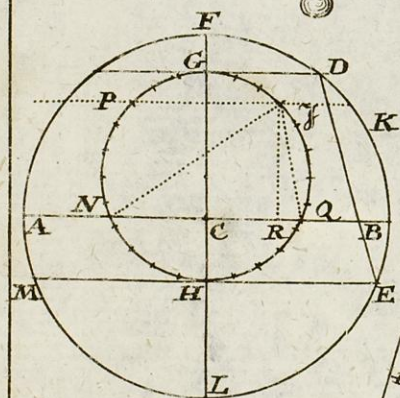


Fig. XIII.



Gnomonic.

