EXTRAIT
REVUE BOURGUIGNONNE DE L'ENSEIGNEMENT SUPÉRIEUR
T. XII, N° 1 (1902)

Le Cadran Solaire de Dijon

A propos du V^{e} Postulatum d'Euclide

La Sunhorloĝo en Dijon

Koncerne la V^{an} Eŭklidan Postulaton

DIJON
IMPRIMERIE BARBIER-MARILIER
40, Rue des Forges, 40
—
1902

LE CADRAN SOLAIRE DE DIJON

A l'heure actuelle, un grand nombre de personnes travaillent activement à la propagande de la belle langue internationale. Jeunes gens et jeunes filles s'exercent gaiement à écrire, lire et parler sur tous les sujets du monde, mais surtout sur les plus conformes aux aspirations de leur heureux âge. Ils prouvent ainsi, et de plus en plus, la merveilleuse aptitude de l'Esperanto à rendre toutes les délicatesses de l'esprit et du cœur. D'un autre côté, les hommes mûrs peuvent montrer que cette aptitude n'est pas moins admirable pour écrire, lire et parler sur tous les sujets scientifiques.

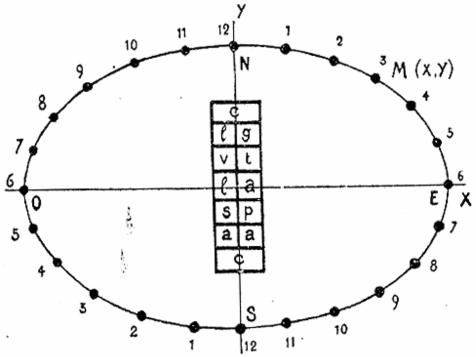


Fig. 1

Je veux donc aujourd'hui, malgré ma fatigue et mes occupations, donner rapidement, dans les quelques lignes qui suivent, la description et la théorie du cadran solaire construit au fond du charmant parc de Dijon, sur les rives de la jolie petite rivière qui a reçu le nom de « Ouche ».

LA SUNHORLOĜO EN DIJON

Multaj homoj en ĉia lando laboras nun por la propagando de la bela lingvo internacia. La junaj fraŭloj aŭ fraŭlinoj, sin ĝoje amuzas skribante, legante, parolante pri ĉiuj objektoj de l'mondo, precipe pri la plej konformaj al sia feliĉa aĝo. Ili tiel pruvas, pli kaj pli, la mirindan kapablon de Esperanto esprimi tute la delikatajojn de la spirito kaj de la koro. La maljunaj, miaj egalaĝuloj, aliflanke, povas pruvi ke tia kapablo ne estas malpli mirinda por skribi, legi, paroli pri ĉiuj objektoj sciencaj.

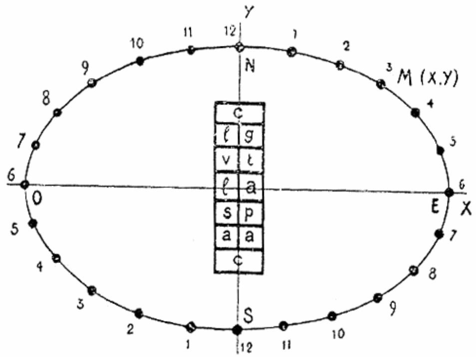


Fig. 1

Hodiaŭ, mi do volas, malgraŭ malfortiĝo pro laceco kaj klopodoj, en la kelkaj sekvontaj linioj, doni rapide la priskribon kaj teorion de la sunhorloĝo, kuŝanta en la fundo de la ĉarma Parko de Dijon, sur la bordo de la beleta rivero « *Ouche* » nomata.

Sur le sol horizontal sont tracées deux droites N S (nord-sud) et E O (est-ouest) qui se coupent à angle droit en I. Vingt-quatre bornes en pierre sont plantées autour de I, comme l'indique la figure 1 ci-contre. Sur une dalle placée le long de la ligne S N, sont gravés les signes du zodiaque, du « cancer » au « capricorne » d'un côté de S N, et du « capricorne » au « cancer », de l'autre côté.

Un promeneur désireux de connaître l'heure, devra se placer sur le point du zodiaque répondant au jour de sa promenade, et il verra son ombre dirigée vers la borne sur laquelle est inscrite l'heure cherchée.

On voit que, dans ce cadran :

1° Le style est mobile, mais toujours vertical et placé sur N S en un point A, dont la distance δ à I n'est fonction que de la déclinaison D du soleil ;

2° Les coordonnées x, y de la borne M ne sont fonctions que de l'heure h inscrite sur cette borne.

En comparant ce cadran avec une bonne montre, on s'assurera de l'exactitude du premier.

Je ne sais ni à quelle époque ni de quelle manière a été construit ce cadran ; et je n'en connais d'autre exemplaire dans aucune ville ni dans aucun livre. Mais, sur ce point, notre éminent collègue, Charles Méray, pourrait sans doute être mieux renseigné, et je le prie de vouloir bien écrire l'historique de ce cadran remarquable en Esperanto, langue en laquelle il est passé maître aussi bien qu'en mathématiques.

En attendant cet historique, on se rendra facilement compte de la possibilité de construire ce cadran en calculant les formules qui donnent x, y et δ.

Désignons par :

φ, la colatitude du lieu ;
a, l'azimut du soleil ;
D, sa déclinaison ;
h, son angle horaire, c'est-à-dire l'heure vraie.

Sur la tero horizonta estas desegnitaj la du linioj NS (nordo-sudo) kaj EO (oriento-okcidento) sin krucigantaj rektangule en I. Du dekduoj da markoj ŝtonaj estas plantitaj, ĉirkaŭ I, laŭ la fig. 1. Sur ŝtono laŭlonge de la linio SN estas markitaj punktoj kun la signoj de l'zodiako, de *kankro* al *kapro*, sur unu flanko de SN, kaj de *kankro* al *kapro* sur la alia flanko. Ĉia promenanto tra la Parko kiu volas koni la horon, iru stari rekte sur la punkto zodiaka respondanta al la tago de lia promenado kaj li vidos sian ombron direktatan al la punkto ŝtona markita per la horo serĉata.

Oni vidas ke en tiu ĉi horloĝo :

1° La ombrojetilo estas movebla, sed ĉiam vertikala, kaj staranta sur NS, en iu punkto A kies interspaco δ al I estas funkcio nur de la dekliniĝo D de la suno ;

2° La koordinatoj x, y de ĉia marko ŝtona M estas funkcioj nur de la horo h, videble skribita sur M.

Komparante la sunhorloĝon kun bona poŝhorloĝo, oni certiĝos pri la ĝusteco de la unua.

Mi scias nek la epokon nek la uzititan manieron de la konstruo de tiu ĉi sunhorloĝo ; kaj mi ne konas alian ekzempleron de tia en iaj urboj aŭ libroj. Sed tion ĉi nia eminenta kolego, Charles Méray povus, sendube, al ni sciigi ; mi do petas lin ke li volu skribi la historion de tiu malofta horloĝo en Esperanto, lingvo en kiu li estas tiel majstro kiel en matematiko.

Atendante tiun historion, oni vidos facile la eblon konstrui ĝuste tian sunhorloĝon, se oni serĉos la formulojn liverantajn x, y kaj δ.

Oni nomu :

φ la kolatitudon de la loko.
a l'azimuton de la suno.
D ĝian dekliniĝon.
h ĝian angulon horan aŭ la horon veran.

On sait que le triangle formé, sur la sphère céleste, par le pôle, le zénith et le soleil, donne

$$\cot a = \frac{\cos \varphi \cos h - \sin \varphi \operatorname{tg} D}{\sin h} \tag{1}$$

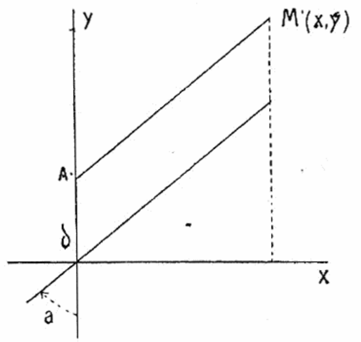


Fig. 2

Pour que l'ombre du style, placé verticalement en A, passe par le point M (x, y) répondant à l'heure h, il faut que l'on ait la relation

$$\delta = y - x \cot a, \tag{2}$$

évidente sur la figure 2. Mais x, y ne doivent dépendre que de h et δ ne doit dépendre que de D ; on a donc

$$\frac{d\delta}{dh} = 0$$

ou

$$\frac{dy}{dh} = x \frac{d \cot a}{dh} + \frac{dx}{dh} \cot a. \tag{3}$$

et, en remplaçant cot a et $\frac{d \cot a}{dh}$ par leurs valeurs tirées de la formule (1), on a

(4)

$$\frac{dy}{dh} = \frac{\sin \varphi}{\sin h} \operatorname{tg} D \left(x \cot h - \frac{dx}{dh}\right) - \frac{\cos \varphi}{\sin^2 h} \left(x - \frac{dx}{dh} \sin h \cos h\right)$$

Oni scias ke la triangulo formita, sur la sfero ĉiela, per la polo, la zenito kaj la suno donas :

$$\text{kot } a = \frac{\text{kos } \varphi \text{ kos } h - \sin \varphi \operatorname{tg} D}{\sin h} \tag{1}$$

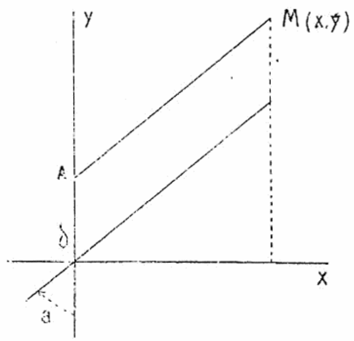


Fig. 2

Por ke la ombro de ombroĵetilo, vertikale metita en A, pasu tra la punkto M (x, y) respondanta al h, estas necesa la rilato

$$\delta = y - x \text{ kot } a \tag{2}$$

evidenta per la fig. 2 : Sed devas dependi x, y nur de h, kaj δ nur de D ; oni do havas

$$\frac{d\varphi}{dh} = 0,$$

aŭ

$$\frac{dy}{dh} = x \frac{d \text{ kot } a}{dh} + \frac{dx}{dh} \text{ kot } a \tag{3}$$

Sekve, metinte anstataŭ *kot a* kaj $\frac{d \text{ kot } a}{dh}$ iliajn valorojn eltiritajn el la formulo (1), oni havas

(4)

$$\frac{dy}{dh} = \frac{\sin \varphi}{\sin h} \operatorname{tg} D \left(x \text{ kot } h - \frac{dx}{dh}\right) - \frac{\text{kos } \varphi}{\sin^2 h} \left(x - \frac{dx}{dh} \sin h \text{ kos } h\right)$$

Pour que y ne dépende que de h, il faut annuler le coefficient de tg D, et écrire :

$$\frac{dx}{x} = \cot h \, dh,$$

d'où

$$x = C \sin h,$$

C étant une constante arbitraire. La formule (4) donne ensuite :

$$\frac{dy}{dh} = C \frac{\cos \varphi}{\sin h}(-1 + \cos^2 h) = -C \cos \varphi \sin h,$$

d'où

$$y = C \cos \varphi \cos h + C',$$

C' étant une autre constante arbitraire. Enfin, l'équation (2) donnera

$$\begin{aligned} \delta &= C \cos \varphi \cos h + C' - C(\cos \varphi \cos h - \sin \varphi \operatorname{tg} D) \\ &= C \sin \varphi \operatorname{tg} D + C'. \end{aligned}$$

En résumé, on voit que :

1° Les positions des bornes en pierre sont définies par

$$x = C \sin h \quad ; \quad y = C \cos \varphi \cos h + C' \;;$$

et situées sur l'ellipse

$$\frac{x^2}{C^2} + \frac{(y - C')^2}{C^2 \cos^2 \varphi} - 1 = 0$$

2° Les points du zodiaque sont définis en position par

$$\delta = C \sin \varphi \operatorname{tg} D + C'.$$

Le constructeur du cadran dijonnais a choisi $C' = o$ pour plus de simplicité, et pour C une longueur en harmonie avec la largeur du chemin qui conduit à ce cadran si étrange et si intéressant.

Por ke y dependu nur de h, estas necese nuligi la koeficienton de tg D, aŭ skribi

$$\frac{dx}{d} = \text{kot } h. \, dh$$

de kie

$$x = C \sin h$$

C estante konstanto arbitrara. Sekve (4) donas

$$\frac{dy}{dh} = C \frac{\text{kos } \varphi}{\sin h}(-1 + \text{kos}^2 h) = C \text{ kos } \varphi \sin h,$$

de kie

$$y = C \text{ kos } \varphi \text{ kos } h + C' \;;$$

tie ĉi C' estas alia konstanto arbitrara. Fine (2) liveros

$$\begin{aligned} \delta &= C \text{ kos } \varphi \text{ kos } h + C' - C(\text{kos } \varphi \text{ kos } h - \sin \varphi \operatorname{tg} D) \\ &= C \sin \varphi \operatorname{tg} D + C'. \end{aligned}$$

Resume, oni vidas ke :

1° La ŝtonaj markoj estas trovitaj per

$$x = C \sin h, \qquad y = C \text{ kos } \varphi \text{ kos } h + C'$$

kaj metitaj sur la elipso

$$\frac{x^2}{C^2} + \frac{(y - C')^2}{C^2 \text{ kos}^2 \varphi} = 1.$$

2° La zodiakaj punktoj estas trovitaj per

$$\delta = C \sin \varphi \operatorname{tg} D + C'.$$

La konstruinto de la horloĝo Dijona elektis $C' = O$ pro simpleco, kaj C de longeco agrabla rilate al la largeco de la vojo kondukanta al tiu horloĝo tiel stranga kaj interesa.

En annulant C′, on a

(5) $x = \mathrm{C} \sin h$; $y = \mathrm{C} \cos h \cos \varphi$

(6) $\delta = \mathrm{C}\ \mathrm{tg}\ \mathrm{D} \sin \varphi$

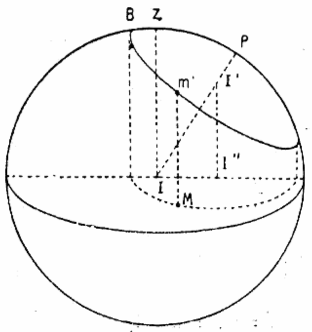
Les formules (5) montrent, évidemment, que M est la projection horizontale du point m, qui répond à l'heure h sur le cercle équinoxial décrit avec le rayon C.

La formule (6) montre, d'une manière non moins évidente, que δ est la projection horizontale de la longueur C *tg* D portée sur la ligne des pôles à partir du centre I de la sphère céleste du côté du nord ou du sud, suivant que la déclinaison D est boréale ou australe.

Si donc on considère un cadran solaire équinoxial dont le style a une longueur C *tg* D, variable avec le jour, on peut dire :

Le cadran solaire dijonnais est la projection horizontale du cadran solaire équinoxial.

Ce résultat très simple est évident géométriquement de la manière suivante.



ig. 3

Sur la sphère céleste ayant I pour centre, C *séc* D pour rayon, considérons, à l'heure h, le point m' diamétralement opposé à la position sphérique du soleil. Pendant

Nuligante C′, oni havas

(5) $x = \mathrm{C} \sin h$; $y = \mathrm{C}\,\mathrm{kos}\ h\ \mathrm{kos}\ \varphi$

(6) $\delta = \mathrm{C}\ \mathrm{tg}\ \mathrm{D} \sin \varphi$.

La formuloj (5) montras, videble, ke M estas la projekcio horizonta de la punkto m kiu respondas al la horo h sur la rondo tagnoktegaliga, farita per la radio C priskribita.

La formulo (6) montras, same videble, ke δ estas la projekcio horizonta de la longo C *tg* D metita sur la polusojlinio de la centro I de la sfero ĉiela al la nordo aŭ la sudo, laŭ tio ke D estas norda aŭ suda.

Se do oni konsideras sunhorloĝon tagnoktegaligan, kies ombroĵetilo estas de longeco C *tg* D, ŝanĝanta laŭtage, oni povas diri :

La sunhorloĝo dijona estas la projekcio horizonta de la sunhorloĝo tagnoktegaliga.

Tiu tre simpla rezultato estas videbla geometrie, en la sekvanta maniero.

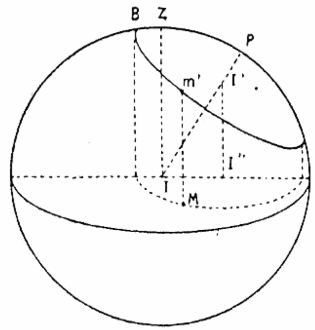


Fig. 3

Sur la sfero ĉiela havanta I kiel centron, C *sek* D kiel radion, ni konsideru, en la horo h, la punkton m', rekte kontraŭan al la situacio sfera de la suno.

un jour solaire, m' décrit un petit cercle $B'm'$ dont le rayon $I'm'$ est C *séc* D *cos* D, c'est-à-dire la constante C.

On peut regarder le cercle $B'm'$ comme un cadran équinoxial, dont $I'P$ est le style et m' le point horaire répondant à h.

La projection horizontale de ce cercle $B'm'$ est l'ellipse B M dont les axes, dirigés suivant N S et E O, sont de longueurs constantes C *cos* φ et C, mais dont le centre I'', projection de I', est à une distance variable de I, égale à la projection δ de II'. On doit avoir pour δ l'expression qui ne dépend que de D,

$$\delta = C \text{ séc } D \sin D \sin \varphi = C \operatorname{tg} D \sin \varphi.$$

D'un autre côté, l'ombre horizontale du style I Z coupe l'ellipse au point M, projection de m' et dont la position ne dépend que de h.

Enfin, si on effectue une translation égale, parallèle, mais de sens contraire à δ, c'est-à-dire dans le sens de $-\delta$, sur le cercle $B'm'$ l'ellipse B M et le style I Z, considérés comme constituant un solide, on a évidemment le cadran dijonnais avec sa démonstration purement géométrique, aussi simple que la théorie du cadran équinoxial.

L.-J. Gruey,

Directeur de l'Observatoire de Besançon

Dum unu tago suna, m' laŭkuras rondeton $B'm'$ kies radio $I'm'$ estas C *sek* D *kos* D aŭ la konstanto C.

Oni povas rigardi la rondeton $B'm'$ kiel sunhorloĝon tagnoktegaligan, kies I'P estas ombroĵetilo kaj m' punkto hora respondanta al h.

La projekcio horizonta de tiu ĉi rondo $B'm'$ estas la elipso BM kies aksoj, direktataj laŭ NS kaj EO, estas de longecoj konstantaj C *cos* φ kaj C; sed kies centro I'', projekció de I', estas en nekonstanta malproksimeco de I, egala al la projekcio δ de II'. Oni do havas por δ, dependanta nur de D.

$$\delta = C \text{ sek } D \sin D \sin \varphi = C \operatorname{tg} D \sin \varphi.$$

Aliparte, la ombro horizonta de la ombroĵetilo IZ trairas la elipson en la punkto M, projekcio de m' kaj dependanta nur de h.

Fine, se oni translacie movigas laŭ interspaco de grandeco egala, paralela sed kontraŭa al δ, t. e. paralela al $-\delta$, la rondon $B'm'$, la elipson BM, la ombroĵetilon IZ, samtempe, kiel solidon, oni havas, videble, la sunhorloĝon dijonan kun ĝia pure geometria klarigo, tiel simpla kiel la teorio de la tagnoktegaliga sunhorloĝo.

L.-J. Gruey,

Direktoro de la Observatorio de Besançon.